

Արցախի պետական համալսարանի

ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ

УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

Арцахского государственного университета

Artsakh State University's

PROCEEDINGS



ՊՐԱԿ

TOM VOLUME

1/2014

ԲՆԱԿԱՆ ՎԵՐԱԴՅՈՒՆՆԵՐՆԵՐ ԵՍԹԵՍՏՎԵՆՆԵ ՄԱՐԿԻ

NATURAL SCIENCES

Ստեփանակերտ

Степанакерт

Stepanakert

Հրատարակվում է 1998թ. Պարբերականությունը՝ տարեկան մեկ անգամ
Издается с 1998г. Периодичность - ежегодно

Issued since 1998. Frequency – annual

Խմբագրական խորհրդի նախագահ՝ տ.գ.թ.Մ.Մ.Մինասյան

Председатель редакционного совета:к.э.н. М.М.Минасян

Chairman of the Editorial Board: M.M. Minasyan

Գլխավոր խմբագիր՝ տ.գ.դ. Վ.Մ.Ավանեսյան

Главный редактор: д.и.н. В.М. Аванесян

Editor-in-chief doctor of history, professor Valery Avanesyan

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Editorial board

1. Աբրահամյան Ա.Ն., ք.գ.թ. - Абрамян А.Н., к.х.н. – Artyom Abrahamyan, Ph. D. in Chemistry
2. Արզումանյան Լ.Ս., ք.գ. դ. ՀՀ ԲՈՀ-ի նախագահ - Арзуманян Л.С., д.ф.н., председатель ВАК Армении - Lilit Arzumanyan, Doctor of Philology, Chief of the Higher Attestation Commission of Armenia
3. Ալեքսանյան Ա.Գ., ֆ.մ. գ.դ. - Алексанян А.Г., д. ф.м. н. - Albert Alexanyan, Doctor of Physics
4. Աղալովյան Լ.Ա., ֆ. մ. գ.դ., ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս - Агаловян Л.А., д. ф.м.н., академик НАН РА - Lenser Aghalovyan, Doctor of Physics, Academician
5. Արամյան Կ.Ս., ֆ. մ. գ.թ. - Арамян К.С., к.ф. м.н. - Karen Aramyan, Ph.D. in Physics
6. Ասրյան Ս.Ա., ԼՂՀ ԿԳ նախարար - Министр образования и науки НКР - Slava Asryan, Minister of Education and Science, NKR
7. Ավագյան Ա.Ռ., աշխ. գ. դ. - Авакян А.Р., д. г.н. – Aramais Avakyan - Doctor of Geography
8. Ավանեսյան Վ.Մ., տ.գ.դ. /գլխ.խմբագիր/ - Аванесян В.М., д.и.н. /глав. редактор/ - Valery Avanesyan, Doctor of History, Editor-in-chief
9. Գուլյան Ա.Ա., Կ.գ.դ. - Гулян А.А., д.б.н. - Artak Goulyan, Doctor of Biology
10. Իսրայելյան Ռ.Գ., տ.գ.դ. - Израелян Р.Г., д. т.н. - Rudolf Israelyan, Doctor of Engineering
11. Խաչատրյան Ա.Մ., ֆ.մ. գ.դ. - Хачатрян А.М., д.ф.м.н. - Alexander Khachatryan, Doctor of Physics and Mathematics
12. Հակոբյան Գ.Ա., գ.գ.դ. - Акопян Г.А., д.с.н. - Georgy Hakobyan, Doctor of Agricultural Sciences
13. Մարտիրոսյան Ռ.Ս., ֆ.մ. գ.դ., ՀՀ ԳԱԱ նախագահ – Мартиросян Р. М, д. ф.м.н., президент НАН Армении - Radik Martirosyan, Doctor of Physics and Mathematics, President of the Armenian National Academy of Sciences
14. Մարգարյան Գ.Գ., Կ.գ.թ. (գիտ. քարտուղար) –Маргарян Г. Г., к.б.н., ученый секретарь - Gayane Margaryan, Ph. D. in Biology, Scientific Secretary
15. Միրզոյան Վ.Ս., ք.գ.թ. – Мирзоян В. С., к.х.н. - Volodya Mirzoyan, Ph. D. in Chemistry
16. Մխիթարյան Ա.Մ., մ.գ.թ. - Мхитарян А.М., к.п.н. - Arzik Mkhitaryan, Ph. D. in Pedagogics
17. Սաղյան Ա.Ս., ք.գ.դ., ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս –Сагиян А. С., д. х.н., академик НАН РА - Ashot Saghyan, Doctor of Chemistry, Academician
18. Սահակյան Գ.Հ., ֆ. մ. գ.թ. - Саакян Г.Г., к.ф.м. н. - Georgy Sahakyan, Ph. D. in Physics and Mathematics

О НЕКОТОРЫХ КЛАССАХ НЕОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ОДНОРОДНЫХ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Георгий СААКЯН

Ключевые слова: Система дифференциальных уравнений, неосцилляция, вырожденные матрицы.

Բանալի բառեր՝ Ղիֆերենցիալ հավասարումների համակարգեր, ոչօսցիլյացիա, վերասերված մատրից:

Keywords: Ordinary differential equations, non-oscillation, uninversible matrix.

Գ. Սահակյան

Մի քանի ոչ օսցիլյացվող սովորական ղիֆերենցիալ հավասարումների համասեռ համակարգերի դասերի մասին

Գծային ղիֆերենցիալ հավասարումների համակարգերի համար մեծ նշանակություն ունի նրա այնպիսի բնութագրիչը, ինչպիսին է համակարգի օսցիլյացիան (ոչ օսցիլյացիան): Ընդհանուր դեպքում մինչ այսօր գոյություն չունի այնպիսի հայտանիշ, որով որոշվում է այդ բնութագրիչի առկայությունը: Այդ իմաստով կարևոր է ինչպես օսցիլյացիայի, այնպես նաև ոչ օսցիլյացիայի հայտանիշների որոշումը որոշ դասերի համար: Այս աշխատանքում ապացուցվում է գծային ղիֆերենցիալ հավասարումների համակարգերի մի քանի դասերի ոչ օսցիլյացիան ամբողջ թվային առանցքի վրա:

G.Sahakyan

About Some Classes of Non-oscillation Homogeneous System of ordinary Differential Equations

For the systems of differential equations such characteristics as oscillation (non-oscillation) of the system is of great importance. In the general case there has not been any such criterion so far that will determine the presence of this feature. In this sense, the determination of the criteria of the oscillation as well as non-oscillation of some classes of systems has a value. For some classes of system of linear differential equations the non-oscillation on all number line is proving in the work.

Для систем дифференциальных уравнений большое значение имеет такая характеристика, как осцилляция (неосцилляция) системы. В общем случае до сих пор нет такого критерия, который определял бы наличие этой характеристики. В этом смысле имеет значение определение критериев как осцилляции так и неосцилляции для некоторых классов систем. В работе для нескольких классов систем дифференциальных уравнений доказывается их неосцилляция на всей числовой прямой.

Осцилляционные свойства как дифференциальных уравнений, так и их систем, были и являются предметом исследований многих математиков (см., например, [1]-[3]). Поскольку до настоящего времени нет общего критерия для определения осцилляции и неосцилляции систем дифференциальных уравнений, то представляет собой интерес определение осцилляции и неосцилляции определенных классов систем. В настоящей работе доказывается неосцилляция для некоторых классов линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Рассматривается следующая однородная линейная система обыкновенных дифференциальных уравнений порядка n (см., например, [4])

$$\vec{y}' = A\vec{y}, \quad (1)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad \vec{y}(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \dots \\ y_n(t) \end{pmatrix},$$

$a_{ij} (i, j = 1, 2, \dots, n)$ – постоянные действительные числа. Обозначим через A_i i -ый столбец (i -ую строку) матрицы. Тогда матрицу A можно записать и в виде

$$A = [A_1, A_2, \dots, A_n]$$

или

$$A = [A'_1, A'_2, \dots, A'_n]$$

Определение 1. Квадратная матрица A называется вырожденной (см., например, [5]), если ее определитель равен нулю ($\det A = 0$).

Определение 2. Нетривиальное решение системы (1) называется осциллирующим (см., например, [2]), если каждая из его компонент имеет последовательность нулей, стремящейся к бесконечности; в противном случае называется неосциллирующим.

Определение 3. Система (1) называется осциллирующей, если ее каждое решение является осциллирующим.

Лемма 1. Квадратная матрица n -ого порядка $n \geq 3$, в которой для какой-то тройки чисел $i \neq j \neq k$, ($i, j, k = 1, 2, \dots, n$), выполняется условие

$$A_i - A_j = A_k - A_j \quad (A'_i - A'_j = A'_k - A'_j),$$

является вырожденной.

Доказательство. Предположим, что имеет место условие $A_i - A_j = A_k - A_j$ (аналогично проводится доказательство и во втором случае). Заменим в матрице A i -ый столбец на $A_i - A_j$, а k -ый столбец на $A_k - A_j$. При этом, как нам известно, определитель матрицы A не изменится. Однако, в полученной матрице, окажутся равными i -ый и k -ый столбцы. И, следовательно, определитель этой матрицы, а значит, и матрицы A , будет равен нулю.

Следствие. Квадратная матрица n -ого порядка $n \geq 3$, в которой элементы хотя бы каких-то трех строк (столбцов) являются последовательными членами арифметической прогрессии, является вырожденной.

Лемма 2. Если элементы матрицы A , считая от первого элемента первой строки до последнего элемента последней (двигаясь по строкам), являются последовательными членами некоторой арифметической прогрессии, то множество собственных значений матрицы A содержит нуль (кратности $n-1$) и два действительных числа противоположных знаков.

Доказательство. Предположим, что элементы матрицы A являются последовательными членами некоторой арифметической прогрессии с начальным членом равным a и с разностью d . Воспользовавшись методом математической индукции, а также, учитывая свойства определителя, нетрудно найти, что характеристическое уравнение для матрицы A можно представить в виде

$$\det(A - \lambda E) = -\lambda^n + \lambda^{n-1} - na + nd^2,$$

где $k, m > 0$, откуда и будет следовать требуемое утверждение.

Теорема 1. Если в системе (1) элементы матрицы A , считая от первого элемента первой строки до последнего элемента последней (двигаясь по строкам), являются последовательными членами некоторой арифметической прогрессии, то система (1) является неосциллирующей.

Доказательство. Известно (см., например, [4]), что общее решение системы (1) можно представить в виде

$$\vec{\varphi}(t) = \sum_{k=1}^m \vec{g}_k(t) e^{\lambda_k t}, \quad (2)$$

где λ ($k = 1, 2, \dots, m$) – отличные друг от друга собственные значения матрицы A , а координаты вектор-функции $\vec{g}_k(t)$ являются многочленами степени не выше $r_k - 1$, где r_k – кратность собственного значения λ . Согласно утверждению леммы 2, собственными значениями матрицы A будут 0 и некоторые вещественные числа λ_1 и λ_2 , причем $\lambda_1 < 0$. Тогда общее решение системы (1) можно записать в виде

$$\vec{\varphi}(t) = c_1 \vec{p}_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 \vec{p}_2 e^{\lambda_2 t} + \vec{g}(t),$$

где $\vec{g}(t)$ – вектор-функция, компоненты которой являются многочленами степени не выше $n - 1$, c_1, c_2 – произвольные постоянные, $\vec{p}_1, \vec{p}_2$ – собственные векторы матрицы A , соответствующие собственным значениям λ_1 и λ_2 . Очевидно, что при $t \rightarrow \infty$ компоненты $\vec{\varphi}(t)$ по модулю будут стремиться к бесконечности, и, следовательно, система не может быть осциллирующей.

Ниже приводится построенная в среде MathCad графическая интерпретация утверждения теоремы 1 для решения системы

$$\begin{cases} y'_0 = y_0 + 7y_1 + 13y_2, \\ y'_1 = 3y_0 + 9y_1 + 15y_2, \\ y'_2 = 5y_0 + 11y_1 + 17y_2 \end{cases}$$

с начальным условием $y_0(0) = y_1(0) = y_2(0) = 1$.

$$\frac{d}{dt} y_0(t) = y_0(t) + 7 \cdot y_1(t) + 13 \cdot y_2(t) \quad y_0(0) = 1$$

$$\frac{d}{dt} y_1(t) = 3 \cdot y_0(t) + 9 \cdot y_1(t) + 15 \cdot y_2(t) \quad y_1(0) = 1$$

$$\frac{d}{dt} y_2(t) = 5 \cdot y_0(t) + 11 \cdot y_1(t) + 17 \cdot y_2(t) \quad y_2(0) = 1$$

$$D(t, Y) := \begin{pmatrix} Y_0 + 7 \cdot Y_1 + 13 \cdot Y_2 \\ 3 \cdot Y_0 + 9 \cdot Y_1 + 15 \cdot Y_2 \\ 5 \cdot Y_0 + 11 \cdot Y_1 + 17 \cdot Y_2 \end{pmatrix} \quad t0 := 0 \quad t1 := 10 \quad Y0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad N := 1000$$

$$S := \text{Rkadapt}(Y0, 0, 1, D, N)$$

$$t := S^{(0)} \quad y0 := S^{(1)} \quad y1 := S^{(2)} \quad y2 := S^{(3)}$$

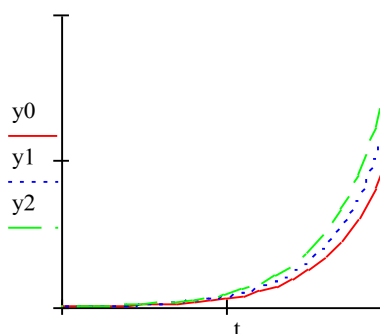


Рис. 1

Лемма 3. Квадратная матрица A n -ого порядка $\mathbf{A} \geq \mathbf{I}_n$, в которой элементы по крайней мере 2-х каких-то строк (столбцов) являются последовательными членами геометрической прогрессии, является вырожденной.

Действительно, предположим, что в матрице A , указанным в лемме 3 свойством обладают столбцы A_i и A_j , тогда ясно, что найдется такое число q , что $A_j = qA_i$. Воспользовавшись известными свойствами определителя, будем иметь

$$\det A = \det [A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_j, \dots, A_n] = \det [A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, qA_i, \dots, A_n] = \\ = q \cdot \det [A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_i, \dots, A_n] = 0,$$

поскольку в последнем определителе два столбца оказались равными.

Лемма 4. Если элементы матрицы A , считая от первого элемента первой строки до последнего элемента последней (двигаясь по строкам), являются последовательными членами некоторой геометрической прогрессии, то множество собственных значений матрицы A содержит нуль (кратности $n-1$) и одно вещественное число.

Доказательство. Предположим, что элементы матрицы A являются последовательными членами некоторой геометрической прогрессии с начальным членом равным a и с знаменателем q . Используя метод математической индукции, с учетом свойств определителя, нетрудно доказать, что характеристическое уравнение для матрицы A можно представить в виде

$$\det(A - \lambda E) = -\lambda^{n-1} (\lambda - a \sum_{k=0}^{n-1} q^{k(n-1)}),$$

откуда и будет следовать требуемое утверждение.

Теорема 2. Если в системе (1) элементы матрицы A , считая от первого элемента первой строки до последнего элемента последней (двигаясь по строкам) являются последовательными членами некоторой геометрической прогрессии, то система (1) является неосциллирующей.

Доказательство. Воспользовавшись формулой (2), а также, учитывая утверждение леммы 4, получим, что, что общее решение системы (1) можно представить в виде

$$\vec{\varphi}(t) = \vec{p} e^{\lambda t} + \vec{g}(t),$$

где λ – отличное от нуля собственное значения матрицы A , c – произвольная постоянная, $\vec{p}$ – собственный вектор матрицы A , соответствующий собственному значению λ а координаты вектор-функции $\vec{g}(t)$ являются многочленами степени не выше $n-1$. Очевидно, что при $t \rightarrow \infty$ компоненты $\vec{\varphi}(t)$ по модулю будут стремиться к бесконечности, и, следовательно, система не может иметь осциллирующее решение.

Ниже, на рисунке 2, приводится построенная в среде MathCad графическая интерпретация утверждения теоремы 2 для решения системы

$$\begin{cases} y_0' = y_0 - y_1 + y_2, \\ y_1' = -y_0 + y_1 - y_2, \\ y_2' = y_0 - y_1 + y_2 \end{cases}$$

с начальным условием $y_0(0) = y_1(0) = y_2(0) = 1$.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}y_0(t) &= y_0(t) - y_1(t) + y_2(t) & y_0(0) &= 1 \\ \frac{d}{dt}y_1(t) &= -y_0(t) + y_1(t) - y_2(t) & y_1(0) &= 1 \\ \frac{d}{dt}y_2(t) &= y_0(t) - y_1(t) + y_2(t) & y_2(0) &= 1 \end{aligned}$$

$$D(t, Y) := \begin{pmatrix} Y_0 - Y_1 + Y_2 \\ -Y_0 + Y_1 - Y_2 \\ Y_0 - Y_1 + Y_2 \end{pmatrix} \quad t_0 := 0 \quad t_1 := 10 \quad Y_0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad N := 1000$$

$$S := \text{rkadapt}(Y_0, 0, 1, N, D)$$

$$t := S^{\langle 1 \rangle} \quad y_0 := S^{\langle 2 \rangle} \quad y_1 := S^{\langle 3 \rangle} \quad y_2 := S^{\langle 4 \rangle}$$

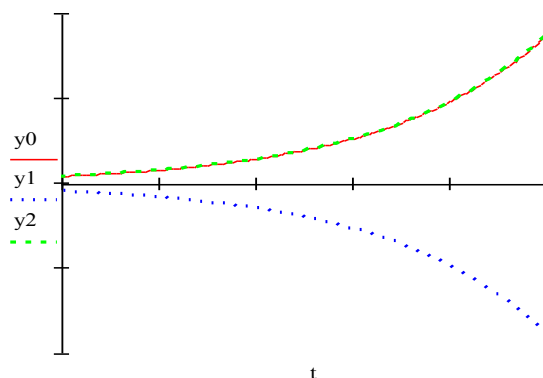


Рис. 2

Лемма 5. Квадратная матрица A n -ого порядка $n \geq 3$, в которой элементы хотя бы каких-то трех строк (столбцов) являются последовательными числами Фибоначчи, является вырожденной.

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, предположим, что указанным в лемме свойством обладают элементы столбцов A_i , A_j и A_k . Очевидно, что в случае совпадения двух из этих трех столбцов, вопрос будет решен, поэтому можно предположить, что один из этих столбцов начинается с числа, превосходящего первые числа остальных столбцов. Пусть этот столбец A_k . Поскольку в последовательности чисел Фибоначчи каждый член, начиная с третьего, является линейной комбинацией предыдущих, то столбец A_k будет линейно зависим от столбцов A_i и A_j , а, следовательно, определитель такой матрицы будет равен нулю. Лемма доказана.

Используя метод, применяемый при доказательствах теорем 1 и 2, нетрудно доказать, что имеет место

Теорема 3. Если в системе (1) элементы матрицы A , считая от первого элемента первой строки до последнего элемента последней (двигаясь по строкам), являются последовательными числами Фибоначчи, то система (1) является неосциллирующей.

Ниже, на рисунке 3, приводится построенная в среде MathCad графическая интерпретация утверждения теоремы 3 для решения системы

$$\begin{cases} y'_0 = y_0 + 3y_1 + 13y_2, \\ y'_1 = y_0 + 5y_1 + 21y_2, \\ y'_2 = 2y_0 + 8y_1 + 34y_2 \end{cases}$$

с начальным условием $y_0(0) = y_1(0) = y_2(0) = 1$.

$$\frac{d}{dt}y_0(t) = y_0(t) + 3 \cdot y_1(t) + 13 \cdot y_2(t) \quad y_0(0) = 1$$

$$\frac{d}{dt}y_1(t) = y_0(t) + 5 y_1(t) + 21 y_2(t) \quad y_1(0) = 1$$

$$\frac{d}{dt}y_2(t) = 2 y_0(t) + 3 \cdot y_1(t) + 34 \cdot y_2(t) \quad y_2(0) = 1$$

$$D(t, Y) := \begin{pmatrix} Y_0 + 3 \cdot Y_1 + 13 \cdot Y_2 \\ Y_0 + 5 Y_1 + 21 \cdot Y_2 \\ 2 Y_0 + 3 \cdot Y_1 + 34 \cdot Y_2 \end{pmatrix} \quad t_0 := 0 \quad t_1 := 10 \quad Y_0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad N := 1000$$

$$S := \text{Rkadapt}(YC, 0, 1, N, D)$$

$$t := S^{\langle \rangle} \quad y_0 := S^{\langle \rangle} \quad y_1 := S^{\langle \rangle} \quad y_2 := S^{\langle \rangle}$$

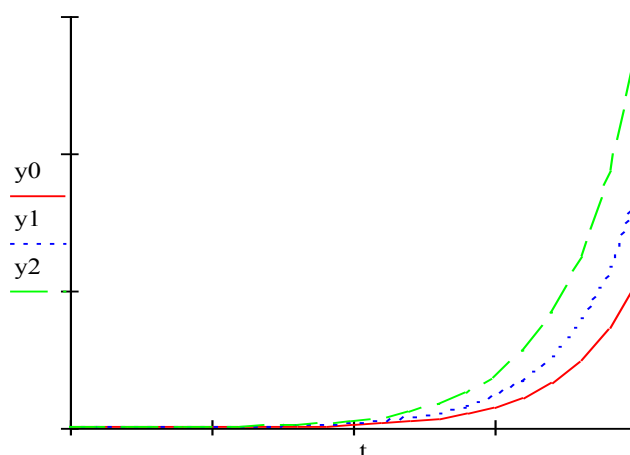


Рис. 3

В завершении рассмотрим случай, когда строки матрицы A представляют собой циклические перестановки одного ряда чисел. Имеют место

Лемма 6. Квадратная матрица A n -ого порядка $n \geq 1$, в которой строки (столбцы) являются циклическими перестановками одной и той же последовательности из разных чисел длины n , является невырожденной, причем собственные значения матрицы A являются действительными числами. Характеристическое уравнение для матрицы A в случае четного n имеет вид

$$(\lambda - a\lambda - b \prod_{k=1}^{n/2} (\lambda - \lambda_k) = 1),$$

а в случае нечетного n

$$(\lambda - a \prod_{k=1}^{(n-1)/2} (\lambda - \lambda_k) = 1),$$

где a, b, λ_k - действительные числа.

Теорема 4. Если в системе (1) строки матрицы A являются циклическими перестановками одной и той же последовательности длины n , состоящей из разных чисел, то система (1) является неосциллирующей.

Доказательство. Известно (см., например, [4]), что общее решение системы (1) в случае, когда корни характеристического уравнения являются простыми, можно представить в виде

$$\vec{\varphi}^{(1)} = \sum_{k=1}^n c_k \vec{p}_k e^{\lambda_k t}, \quad (3)$$

где λ_k ($k = 1, 2, \dots, n$) – собственные значения матрицы A , c_k – произвольные постоянные, $\vec{p}_k$ – собственный вектор матрицы A , соответствующий собственному значению λ_k . Воспользовавшись формулой (3), а также, учитывая утверждение леммы 5, получим, что, что общее решение системы (1) в случае четного n можно представить в виде

$$\vec{\varphi}^{(1)} = \sum_{k=1}^{(n+1)/2} \left[\vec{p}_k e^{\lambda_k t} + \vec{p}_{-k} e^{-\lambda_k t} \right] + \sum_{k=1}^{n/2} \left[\vec{p}_{n/2+k} e^{\lambda_{n/2+k} t} + \vec{p}_{n/2-k} e^{\lambda_{n/2-k} t} \right], \quad (4)$$

а в случае нечетного n

$$\vec{\varphi}^{(1)} = \sum_{k=1}^{(n+1)/2} \left[\vec{p}_k e^{\lambda_k t} + \vec{p}_{-k} e^{-\lambda_k t} \right] + \sum_{k=1}^{(n-1)/2} \left[\vec{p}_{(n+1)/2+k} e^{\lambda_{(n+1)/2+k} t} + \vec{p}_{(n+1)/2-k} e^{\lambda_{(n+1)/2-k} t} \right], \quad (5)$$

где λ_k – отличные друг от друга собственные значения матрицы A , $c_k, c_{-k}, c_{n/2+k}, c_{n/2-k}, c_{(n+1)/2+k}, c_{(n+1)/2-k}$ – произвольные постоянные, $\vec{p}_k$ ($\vec{p}_{-k}$) – собственный вектор матрицы A , соответствующий собственному значению λ_k (λ_{-k}), $\vec{p}_{n/2+k}, \vec{p}_{n/2-k}$ и $\vec{p}_{(n+1)/2+k}, \vec{p}_{(n+1)/2-k}$ – собственные векторы матрицы A , соответствующие собственным значениям соответственно $\lambda_{n/2+k}, \lambda_{n/2-k}$ и $\lambda_{(n+1)/2+k}, \lambda_{(n+1)/2-k}$. Заметим, что согласно той же лемме

$\lambda_{n/2} = \frac{1 + \sqrt{a^2 - 4b^2}}{2}$, $\lambda_{n/2+1} = \frac{1 - \sqrt{a^2 - 4b^2}}{2}$, $\lambda_{(n+1)/2} = 1$. Из соотношений (4) и (5) ясно, что при $t \rightarrow \infty$ компоненты $\vec{\varphi}^{(1)}$ по модулю будут стремиться к бесконечности, а, значит, система (1) будет неосциллирующей.

Ниже, на рисунке 4, приводится построенная в среде MathCad графическая интерпретация утверждения теоремы 4 для решения системы

$$\begin{cases} y'_0 = -y_0 + 3y_1 + 7y_2, \\ y'_1 = 3y_0 + 7y_1 - y_2, \\ y'_2 = 7y_0 - y_1 + 3y_2 \end{cases}$$

с начальным условием $y_0(0) = 1$, $y_1(0) = -1$, $y_2(0) = 0$.

$$\frac{d}{dt}y_0(t) = -y_0(t) + 3 \cdot y_1(t) + 7 \cdot y_2(t) \quad y_0(0) = 1$$

$$\frac{d}{dt}y_1(t) = 3y_0(t) + 7y_1(t) - y_2(t) \quad y_1(0) = -$$

$$\frac{d}{dt}y_2(t) = 7y_0(t) - y_1(t) + 3 \cdot y_2(t) \quad y_2(0) = 1$$

$$D(t, Y) := \begin{pmatrix} -Y_0 + 3Y_1 + 7Y_2 \\ 3Y_0 + 7Y_1 - Y_2 \\ 7Y_0 - Y_1 + 3Y_2 \end{pmatrix} \quad t_0 := 0 \quad t_1 := 10 \quad Y_0 := \begin{pmatrix} 1 \\ - \\ 1 \end{pmatrix} \quad N := 1000$$

S := rkadapt(YC, 0, 1, N, D)

t := s<> y0 := s<> y1 := s<> y2 := s<>

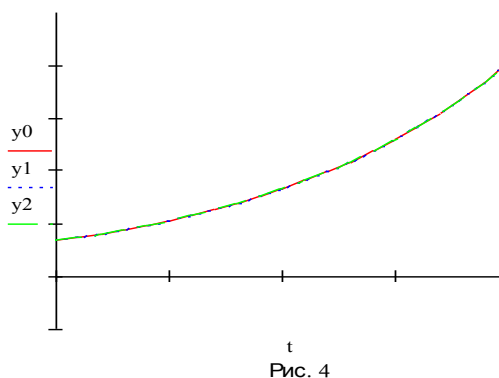


Рис. 4

Литература

1. Butler G. J. *Oscillation theorems for a non-linear analogue of Hill's equation*, Quart. J. Math., 1976, 27, N106, 159-171.
2. Kinguradze I.T. *On the oscillatory and monotone solutions of ordinary differential equations*. Archivum Mathematicum, vol. 14 (1978), № 1, 21-44.
3. Chantladze T., Kandelaki N. and Lomtadze A. *Oscillation and nonoscillation criteria for a second order linear equation*. Georgian Math. J. 6 (1999), № 5, 401-404.
4. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.: Едиториал УРСС, 2007.
5. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Мир, 1970.

Сведение об авторе:

Георгий Саакян - кандидат физ-мат. наук, проректор по учебной части АргУ.

E-mail: ter_saak_george@mail.ru

Статья рекомендована к печати членом редакционной коллегии, д.ф.-м.н. Хачатряном.

РАССМОТРЕНИЕ МЕТРИК В E^3 С АСИМПТОТИЧЕСКИМИ КООРДИНАТАМИ

Роберт МУСАЕЛЯН

Ключевые слова – Метрика, асимптотические линии, координатная сеть, изометрическое погружение, кривизна, производная, дифференциальное уравнение.

Բանալի բառեր՝ Մետրիկա, ասիմպտոտիկական գծեր, կորդինատական ցանց, իզոմետրիկ ընկղմում, կորույթյուն, ածանցյալ, դիֆերենցիալ հավասարում:

Key words – metrica, asymptotic coordinates, isomorphic immersion, curvature, derivative, differential equation.

Ռ.Մուսաելյան

Ասիմպտոտական կորդինատներով մետրիկաների դիտարկումը E^3 -ում:

Աշխատանքում դիտարկվում է $ds^2 = f(y)dx^2 + B(x, y)dy^2$ մետրիկան ասիմպտոտական կորդինատներով և ապացուցվում, որ այն չի ընկղմվում E^3 :

Այնուհետև նույն կորդինատներով դիտարկվում է $ds^2 = A(x, y)dx^2 + B(x, y)dy^2$ մետրիկան և ապացուցվում, որ այն ընկղմվում է E^3 միայն այն դեպքում, երբ $A(x, y)$ և $B(x, y)$ ֆունկցիաները հավասար են:

R. Musaelyan

Observation of Metrics in E^3 with Asymptotic Coordinates.

Firstly we have observed $ds^2 = f(y)dx^2 + B(x, y)dy^2$ metrics with asymptotic coordinates and proved that it doesn't plunge into E^3 . Further we have observed $ds^2 = A(x, y)dx^2 + B(x, y)dy^2$ metrics with the same coordinates and proved that it plunges into E^3 only in case the $A(x, y)$ and $B(x, y)$ functions are equal.

В работе сначала рассматривается метрика $ds^2 = f(y)dx^2 + B(x, y)dy^2$ в асимптотических координатах и доказывается, что она не погружается в E^3 . Далее, в тех же координатах рассматривается метрика $A(x, y)dx^2 + B(x, y)dy^2$ и доказывается, что она погружается в E^3 только в том случае, когда функции $A(x, y)$ и $B(x, y)$ равны.

1. В настоящей работе исследуется вопрос о регулярной реализации в целом метрик отрицательной кривизны, заданной в некоторой области переменных x и y . Одна из рассматриваемых метрик будет

$$ds^2 = f(y)dx^2 + B(x, y)dy^2. \quad (1)$$

Предполагается, что в абстрактно заданной метрике (1) координатные линии $x = \text{const}$ и $y = \text{const}$ - асимптотические линии, и что функции $f(y)$ и $B(x, y)$ принадлежат классу $C^3(x, y)$, в некоторой области переменных x и y . Отметим, что например, символ $f(y) \in C^3(x, y)$ обозначает, что функция $f(y)$ имеет непрерывные производные до порядка три включительно. Поставлена задача: есть ли в трехмерном евклидовом пространстве E^3 регулярное многообразие, несущее метрику (1), для которого координатная сеть совпала бы с асимптотической сетью.

Теорема 1. Метрика (1), с асимптотическими координатными линиями и регулярными коэффициентами, не может быть изометрически погружена в E^3 .

Доказательство. Известно, что абстрактно заданная метрика не всегда определяет регулярную поверхность в E^3 . Задача погружения в E^3 метрики сводится к отысканию коэффициентов $L(x, y)$, $M(x, y)$, $N(x, y)$ второй квадратичной формы искомой поверхности, удовлетворяющих системе уравнений Петерсона-Кодацци и Гаусса, которые известны как система основных уравнений теории поверхностей (см [6]). Из курса дифференциальной геометрии известно, что координатная сеть асимптотическая тогда и

только тогда, когда $L(x, y) = N(x, y) = 0$. Основная система теории поверхностей, о которой говорилось выше, с учетом сказанного, в асимптотических координатах, в метрике общего вида (то есть когда $ds^2 = E(x, y)dx^2 + 2F(x, y)dxdy + G(x, y)dy^2$) будет (см [4])

$$W(lnk)^1_x + EG_x - FE_y = 0$$

$$W(lnk)_y - FG_x + GE_y = 0 \quad (2)$$

$$M = k\sqrt{W},$$

где $E(x, y), F(x, y), G(x, y)$ - коэффициенты первой квадратичной формы общего вида, $k(x, y) = \sqrt{-K(x, y)} > 0$, а $K(x, y)$ - полная кривизна той же метрики, $W = EG - F^2$ - дискриминант метрики, а $M(x, y)$ -коэффициент второй квадратичной формы.

Запишем систему (2) в метрике (1).

$$\begin{aligned} (lnk)_x &= \frac{-B_x(x, y)}{B(x, y)} \\ (lnk)_y &= \frac{-f'(y)}{f(y)} \end{aligned} \quad (3)$$

$$M = k\sqrt{f(y) \cdot B(x, y)}.$$

Здесь использовано обозначение $k = \sqrt{-K(x, y)}$, где $K(x, y)$ -полная кривизна метрики (1), и она по условию отрицательна.

Для функции $lnk(x, y)$ выполняется условие теоремы о равенстве смешанных производных (см[1]). Поэтому из системы (3) следует, что функция $lnB(x, y)$ должна удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial^2(\ln B(x, y))}{\partial x \partial y} = 0$$

в частных производных. Для решения этого уравнения (см [5]) обозначим $\frac{\partial(\ln B(x, y))}{\partial y}$ через V , после чего получим $\frac{\partial V}{\partial x} = 0$. Откуда получим, что $V = \gamma(y)$, где $\gamma(y)$ -произвольная функция от y . Рассматривая в уравнение $\frac{\partial(\ln B(x, y))}{\partial y} = \gamma(y)$ x как параметр и интегрируя это уравнение, получим

$$\ln B(x, y) = \int \gamma(y)dy + C(x). \quad (4)$$

Это значит, что

$$B(x, y) = \varphi(x) \cdot \psi(y), \quad (5)$$

где $\varphi(x)$ и $\psi(y)$ определены из последнего равенства, произвольные трижды непрерывно дифференцируемые функции, причем оба положительные. Получается, что если метрика (1) задана в асимптотических координатах, то $B(x, y)$ - функция не общего вида, а имеет вид (5).

Подставив выражение (5) в систему (3) и интегрируя ее, считая при этом y как параметр, получим.

$$\ln k(x, y) = \ln \frac{\mu(y)}{\varphi(x)},$$

где $\mu(y)$ - произвольная гладкая функция. Это выражение удовлетворяет системе (3), откуда и получим

1) Здесь и в дальнейшем ω_t - частные производные функции ω по переменному t .

$$\frac{\mu'(y)}{\mu(y)} = -\frac{f'(y)}{f(y)}.$$

Интегрируя это уравнение, и учитывая выше полученное, для функции $k(x, y)$ получим

$$k(x, y) = c/(\varphi(x) \cdot f(y)),$$

где $c = \text{const}$, больше нуля.

В заданной метрике кривизна $K(x, y)$ - определенная функция, и по известной теореме Гаусса выражается через коэффициенты метрики и их производных (см [6]).

Учитывая эту теорему, получим

$$\frac{c^2}{f^2 \varphi^2} = \frac{1}{2\sqrt{f\varphi\psi}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\varphi(x)}} \left(\frac{f'(y)}{\sqrt{f(y) \cdot \psi}} \right)_y + \sqrt{\frac{\psi}{f}} \left(\frac{\varphi'(x)}{\sqrt{\varphi(x)}} \right)_x \right\}.$$

Это уравнение после несложных вычислений сводится к уравнению

$$2\varphi''(x) \cdot \varphi(x) - \varphi'^2(x) + 2\tau(y)\varphi(x) - 4\sigma(y) = 0, \quad (6)$$

где использованы обозначения

$$\tau(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{f(y)}{\psi(y)}} \left(\frac{f'(y)}{\sqrt{f(y) \cdot \psi(y)}} \right)_y, \quad \sigma(y) = \frac{c^2}{f(y)}.$$

Уравнение (6) подстановкой (см [3]) $\varphi'(x) = \sqrt{\omega(\varphi)}$ превращается в уравнение

$$\varphi \cdot \omega'(\varphi) - \omega(\varphi) + 2\tau(y)\varphi - 4\sigma(y) = 0.$$

Получено линейное дифференциальное уравнение относительно функции $\omega(\varphi)$. Оно, как известно, интегрируется в квадратурах. Если теперь идти обратно, учитывая подстановки, то приходим к выводу, что функции $\varphi(x)$ и $f(y)$, а, следовательно, x и y находятся в функциональной зависимости. Это противоречит тому, что x и y независимые переменные. Значит в E^3 не может быть погружена метрика (1). Теорема доказана.

2. В этой части работы рассмотрим метрику

$$ds^2 = A(x, y)dx^2 + B(x, y)dy^2 \quad (7)$$

заданную в асимптотических координатах. Предположим также, что $A(x, y)$ и $B(x, y)$ -регулярные функции, принадлежащие классу $C^3(x, y)$ в области $\Pi_0 = \{x^2 + y^2 \neq 0, -\infty < x, y < +\infty\}$, причем обе положительные функции. Асимптотичность координатной сети порождает отрицательность полной кривизны $K(x, y)$ метрики (7), потому что только на многообразиях отрицательной гауссовой кривизны имеются два семейства асимптотических линий. Отметим, что асимптотическая сеть однозначно определяется на поверхности, выбор же координатной сети произволен.

Спрашивается, погружается ли метрика (7) регулярно изометрически в евклидово трехмерное пространство E^3 , то есть в E^3 есть ли регулярное многообразие, несущее метрику (7), для которой система координат-асимптотическая.

Справедлива следующая

Теорема 2. Метрика (7), заданная в области $\Pi_0 = \{x^2 + y^2 \neq 0, -\infty < x, y < +\infty\}$ с асимптотическими координатными линиями, регулярно изометрически погружается в E^3 тогда и только тогда, когда коэффициенты метрики равные функции, то есть $A = B$.

Доказательство. Пусть метрика (7) в указанных координатах погружается в E^3 . Запишем основную систему теории поверхностей, известную в дифференциальной геометрии (см [6]) как формулы Петерсона-Кодаци и Гаусса. Эта система даст возможность при помощи заданных функции $A(x, y), B(x, y)$ отыскать коэффициенты второй квадратичной формы в искомой реализации. Дело в том, что при заданной положительно определенной

первой квадратичной формы в виде (7), найденные по упомянутой системе коэффициенты $L(x, y), M(x, y), N(x, y)$ второй квадратичной формы, вполне определяют в E^3 многообразие отрицательной гауссовой кривизны. Этот факт известен из курса дифференциальной геометрии (см [6]).

Система (2) в рассматриваемой метрике (7), будет

$$\begin{aligned}(\ln k)_x &= -\frac{B_x(x, y)}{B(x, y)} \\ (\ln k)_y &= -\frac{A_y(x, y)}{A(x, y)} \\ M &= k\sqrt{W}.\end{aligned}\quad (8)$$

В первом уравнении системы (8) переменную y можно рассматривать как параметр, а во втором – x как параметр.

Интегрируя эти уравнения, получим

$$B(x, y) = \frac{A(x, y) \cdot \beta(y)}{\alpha(x)}, \quad (9)$$

где $\alpha(x), \beta(y)$ – произвольные дифференцируемые и положительные функции, получившиеся после интегрирования. Введем новые неизвестные переменные с помощью формул

$$\sqrt{\alpha(x)}dx = du \text{ и } \sqrt{\beta(y)}dy = dv. \quad (10)$$

Далее, используем обозначение

$$\frac{A(x, y)}{\alpha(x)} = \lambda(u, v). \quad (11)$$

Очевидно, метрика (7), после этих обозначений, запишется следующим образом

$$ds^2 = \lambda(u, v) (du^2 + dv^2) \quad (12)$$

Покажем, что координатные линии $u = \text{const}$ и $v = \text{const}$ будут асимптотическими линиями. Действительно, так как из $dx = 0$ следует, что $du = 0$, а из $dy = 0$ следует, что $dv = 0$, то эти линии будут асимптотическими линиями в метрике (12).

Что касается кривизны, то она в метрике (7), по формуле Гаусса, будет (см [6])

$$K(x, y) = -\frac{1}{2\sqrt{AB}} \left\{ \left(\frac{A_y}{\sqrt{AB}} \right)_y + \left(\frac{B_x}{\sqrt{AB}} \right)_x \right\}. \quad (13)$$

Используя обозначения (10) и (11), для кривизны $K(x, y)$, получим

$$K = \frac{-1}{2\lambda\sqrt{\alpha\beta}} \{ \sqrt{\alpha}((\ln \lambda)_v)_y + \sqrt{\beta}((\ln \lambda)_u)_x \}.$$

Снова обращаясь к формулам (10), получим

$$K = \frac{-1}{2\lambda} \{ (\ln \lambda)_{uu} + (\ln \lambda)_{vv} \} = \frac{-1}{2\lambda} \Delta \ln \lambda \quad (14)$$

Здесь Δ - двумерный оператор Лапласа. Таким образом гауссова кривизна метрики (12) вычисляется по формуле (14), которая известна также из курса дифференциальной геометрии (см [6]).

Нетрудно из системы (8), с учетом условия (9), получить $k = \frac{c \cdot \alpha(x)}{A(x, y)}$, где $c = \text{const} > 0$.

С помощью обозначения (11), получим $k = \frac{c}{\lambda(u, v)}$. Учитывая, что $k^2(x, y) = -K(x, y)$ и формулу (14), получим

$$\frac{1}{2\lambda(u,v)} \Delta \ln \lambda(u,v) = \frac{c^2}{\lambda^2(u,v)} \quad (15)$$

Это уравнение подстановкой $\ln \lambda(u,v) = -\delta(u,v)$, сводится к следующему уравнению

$$\Delta \delta(u,v) + c_1 e^{\delta(u,v)} = 0, \quad (16)$$

где $c_1 = \text{const} > 0$. Теперь, потребуем, чтобы функции $u(x)$ и $v(y)$, определяемые из соотношений (10), в точке ноль не были равны нулю одновременно. Это значит, что в точке ноль $u^2 + v^2 \neq 0$. Рассмотрим метрику (12) в области

$$\overline{\Pi}_0 = \{u^2 + v^2 \neq 0, -\infty < u, v < +\infty\}.$$

В работе [2] доказано, что нелинейное эллиптическое дифференциальное уравнение второго порядка (16) имеет решение, определенное в области $\overline{\Pi}_0$. Более того, приведена конкретная функция, удовлетворяющая уравнению (16). Следовательно, для таких функции $\delta(u,v)$, стало быть и $\lambda(u,v)$, которые удовлетворяют уравнениям (16) и (15) соответственно, кривизна метрики и реализации совпадают. Это завершает доказательство первой части теоремы.

Докажем теперь обратное утверждение. Пусть дана метрика (12) в области $\overline{\Pi}_0 = \{u^2 + v^2 \neq 0, -\infty < u, v < +\infty\}$. Так как уравнение (16) имеет решение в указанной области, то вопрос погружения метрики исчерпывается. Теорема доказана.

Литература

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, часть I, Москва, „Наука“, 1982
2. Каметака И., Олейник О.А. Об асимптотических свойствах и необходимых условиях существования решений нелинейных эллиптических уравнений второго порядка. Мат. сб. Т. 107 (149), N4 (12), 1978.
3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Москва, „Наука“, 1971.
4. Мусаелян Р.Ц. Непогружаемость в E^3 метрики заданной в асимптотических координатах. Ученые Записки АргУ. 2/2013, С. 7-9
5. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. Москва, 1961
6. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. Москва, 1990

Сведение об авторе:

Роберт Мусаелян - канд. физ-мат наук, доцент кафедры математики и информатики

Горисского государственного университета.

E-mail: rubmus49@gmail.com

Статья рекомендована к печати членом редакционной коллегии, д.ф.-м.н. Хачатряном.

ՀՏԴ 51(075)

Մաթեմատիկա

**ՎԻԵՏԻ ՀԱԿԱՂԱՐՁ ԹԵՈՐԵՄԻ ԿԻՐԱՌՄԱՍԲ ՄԻ ՔԱՆԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ
ԼՈՒԾՄԱՆ ՈՉ ՍՏԱՆԴԱՐՏ ՄԵԹՈՂԸ
Վոլոդյա ՄԱՆԱՍՅԱՆ**

Բանալի բառեր. Վիետի հակադարձ թեորեմ, ոչ ստանդարտ մեթոդ, ամբողջ գործակիցներով բազմանդամ, հավասարում, համակարգ:

Ключевые слова: Обратная теорема Виета, нестандартный метод, многочлен с целыми коэффициентами, уравнения, система.

Keywords: Viet's inverse theorem, non-standard method, polynom with whole coefficients, equation, system.

В. Манасян

Нестандартный метод решения нескольких задач с применением обратной теоремы Виета

В статье с помощью нестандартного метода решаются несколько задач с применением обратной теоремы Виета. Это обусловлено тем, что несмотря на то, что обратная теорема Виета имеет большое применение в школьном курсе математики, особенно при решении стандартных задач, иногда на различных математических олимпиадах встречаются нестандартные задачи, которые предлагали и предлагают в основном на различных математических олимпиадах, требующие новые подходы для их решения.

V. Manasyan

Non-standard Method for Solving Some Problems Adopting Viet's Inverse Theorem.

The article comprises non-standard method that helps to solve some problems adopting Viet's inverse theorem. This is conditioned by the fact that though the Viet's inverse theorem is of great use in the school course of mathematics, especially in solving standard tasks, sometimes there are non-standard tasks that were and are given mainly at various mathematical competitions, requiring new approaches to their solution.

Վիետի հակադարձ թեորեմի կիրառմամբ լուծվում է մի քանի խնդիրներ ոչ ստանդարտ մեթոդով: Այն պայմանավորված է նրանով, որ չնայած, որ Վիետի հակադարձ թեորեմն ունի մեծ կիրառություններ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում, հատկապես ստանդարտ խնդիրների լուծման ժամանակ, այնուհանդերձ հանդիպում են ոչ ստանդարտ խնդիրներ, որոնք առաջարկվել են և առաջարկվում են հիմնականում տարբեր մաթեմատիկական օլիմպիադաների ժամանակ, որոնց լուծման համար պահանջվում են նոր մոտեցումներ:

Շատ խնդիրների լուծման ժամանակ հաճախ անհրաժեշտ է լինում օգտվել Վիետի հակադարձ թեորեմից: Դեռ դպրոցական դասընթացից հայտնի է հետևյալը [1]:

Եթե u և v թվերը կապված են

$$u+v=-p, \quad uv=q \quad (1)$$

առնչություններով, ապա u և v թվերը հանդիսանում են $t^2+pt+q=0$ քառակուսի հավասարման արմատներ:

Ակնհայտ է, որ u և v թվերը հանդիսանում են նաև $P(t)=t^2+pt+q$ բազմանդամի արմատներ:

Մեր հոդվածի նպատակն է կառուցել համապատասխան բազմանդամ, որի արմատները հանդիսանան տված հայտնի թվերը և որը թույլ կտա հեշտությամբ տարբեր տիպի խնդիրներ լուծել:

Խնդիր 1. Կազմել քառակուսի հավասարում ամբողջ գործակիցներով, որի արմատներից մեկը $3-\sqrt{5}$ թիվն է: Խնդրի լուծումը հենված է այն փաստի վրա, որը քառակուսի հավասարումը $a+b\sqrt{d}$ և $a-b\sqrt{d}$ (որտեղ a, b և d թվերն ամբողջ են, $d>0$) <<համալուծ>> արմատներով ունի ամբողջ գործակիցներ: Այդ փաստը իսկույն հետևում է (1)-ից: Այսպիսով, որոնելի հավասարումն ունի $t_1=3-\sqrt{5}$ և $t_2=3+\sqrt{5}$ արմատները, այդ պատճառով

$$P=-(t_1+t_2)=-6, \quad q=t_1 t_2=4$$

$$\text{Պատ.՝ } t^2-6t+4=0$$

Խնդիր 2. Հաշվել $u^4-2u^3+7u^2-146u$ արտահայտության արժեքը, եթե $u=3-\sqrt{5}$:

Լուծում: Ըստ խնդիր 1-ի, $u=3-\sqrt{5}$ թիվը $u^2-6u+4=0$ հավասարման արմատն է: Այստեղից՝ $u^2=6u-4$:

Օգտվելով այդ առնչությունից, արտահայտենք u^3 և u^4 -ը գծայնորեն u -ի միջոցով՝
 $u^3=u^2 \cdot u=(6u-4)u=6u^2-4u=6(6u-4)-4u=36u-24-4u=32u-24$:

$u^4=u^3 \cdot u=(32u-24)u=32u^2-24u=32(6u-4)-24u=192u-128-24u=168u-128$:

Այսպիսով, $u^4-2u^3+7u^2-146u=168u-128-2(32u-24)+7(6u-4)-146u=168u-128-64u+48+42u-28-146u=-108$

Պատ.՝ -108 :

Նույն ձևով՝

Խնդիր 3. Ապացուցել, որ $t=3+2\sqrt{2}$ դեպքում $\frac{t^5+204}{1189t}$ -ը ամբողջ թիվ է :

Լուծում: Ակնհայտ է, որ $t=3+2\sqrt{2}$ թիվը ամբողջ գործակիցներով $t^2-6t+1=0$ քառակուսի հավասարման արմատն է: Այստեղից՝ $t^2=6t-1$,

$$t^3=t \cdot t^2=t(6t-1)=6t^2-t=6(6t-1)-t=36t-6-t=35t-6,$$

$$t^4=t \cdot t^3=t \cdot (35t-6)=35t^2-6t=35(6t-1)-6t=210t-35-6t=204t-35,$$

$$t^5=t \cdot t^4=t(204t-35)=204t^2-35t=204(6t-1)-35t=1224t-204-35t=1189t-204:$$

$$\text{Ուրեմն՝ } \frac{t^5+204}{1189t}=\frac{1189t-204+204}{1189t}=1:$$

Քիչ տարբերվող ձևափոխությամբ կլուծվի հաջորդ խնդիրը:

Խնդիր 4. Հաշվել $u^8+\frac{1}{u^8}$ -ը, եթե $u=\sqrt{2}+1$:

Լուծում: Օգտագործելով այն փաստը, որ $u=\sqrt{2}+1$ թիվը t^2-2t-1 քառակուսի եռանդամի արմատ է, կունենանք՝ $u-\frac{1}{u}=2$, որտեղից հաջորդաբար ստանում ենք

$$u^2+\frac{1}{u^2}=6, \quad u^4+\frac{1}{u^4}=34, \quad u^8+\frac{1}{u^8}=1154$$

Պատ.՝ 1154:

Վիետի բանաձևեր x, y, z արմատներով երրորդ աստիճանի $P(t)=t^3+pt^2+qt+r$ բազմանդամի համար կտրվեն ([2])

$$\left. \begin{aligned} P &= -x - y - z \\ q &= xy + yz + zx \\ r &= -xyz \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

առնչություններով:

Ներքոբերյալ հետաքրքիր խնդիրները լուծվում են այդ բանաձևերի օգտագործմամբ:

Խնդիր 5. x, y, z թվերը բավարարում են $x+y+z=a$, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{a}$

առնչություններին :Ապացուցել, որ այդ թվերից գոնե մեկը հավասար է a -ի:

Լուծում: Կիրառենք (2) բանաձևերը :Մեր դեպքում $P=-a, q=\frac{xyz}{a}=-\frac{r}{a}$: Այդ պատճառով $P(t)=t^3-at^2-\frac{r}{a}t+r=(t-a)(t^2-\frac{r}{a})$:

Հետևաբար, a թիվը հանդիսանում է $P(t)$ բազմանդամի արմատ, իսկ դա նշանակում է, որ այն համընկնում է x, y, z թվերից մեկի հետ:

Խնդիր 6. Երեք u, v և w ամբողջ թվերի գումարը հավասար է զրոյի: Ապացուցել, որ $2u^4+2v^4+2w^4$ թիվը ամբողջ թվի քառակուսի է:

Լուծում: Թող $P(t) = t^3 + pt^2 + qt + r$ բազմանդամը լինի u, v, w արմատներով բազմանդամ: Ըստ Վիետի թեորեմի,

$$P = -(u+v+w) = 0$$

$$\text{Ունենք } u^3 + qu + r = 0, v^3 + qv + r = 0, w^3 + qw + r = 0$$

Բազմապատկելով այդ հավասարումները համապատասխանաբար $2u, 2v$ և $2w$ թվերով և գումարելով ստացված հավասարումները, կունենանք $2u^4 + 2v^4 + 2w^4 + 2q(u^2 + v^2 + w^2) + 2r(u+v+w) = 0$: Հաշվի առնելով, որ $u+v+w = 0$, կունենանք, որ $u^2 + v^2 + w^2 = (u+v+w)^2 - 2q = -2q$: Հետևաբար $2u^4 + 2v^4 + 2w^4 = (2q)^2$:

Այժմ տեսնենք, ինչպես կարելի է օգտագործել բազմանդամը հավասարումների համակարգը լուծելիս:

Խնդիր 7. Լուծել համակարգը

$$\begin{cases} xyz = 1 \\ x + y + z = xy + yz + zx \\ x^3 + y^3 + z^3 = \frac{73}{8} \end{cases}$$

Լուծում: Տեղադրենք $x + y + z = a$: Այդ դեպքում $P(t) = (t-x)(t-y)(t-z) = t^3 - at^2 + at - 1 = (t-1)(t^2 + t + 1 - at)$, այդ պատճառով արմատներից մեկը հավասար է 1-ի: Դրանից հետո հեշտ են ստացվում լուծումները:

$$\text{Պատ՝ } (1, 2, \frac{1}{2}), (1, \frac{1}{2}, 2), (2, 1, \frac{1}{2}), (2, \frac{1}{2}, 1), (\frac{1}{2}, 1, 2), (\frac{1}{2}, 2, 1):$$

Որոշ հայտնի անհավասարություններ հեշտությամբ են ապացուցվում, օգտագործելով Վիետի բանաձևերը

Խնդիր 8. Ապացուցել, որ

$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc},$$

որտեղ a, b, c թվերը ոչ բացասական թվեր են:

Լուծում: Սկզբից ապացուցենք, որ երեք ոչ բացասական x, y, z թվերի համար տեղի ունի $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \geq 0$:

Դիտարկենք $P(t) = t^3 + pt^2 + qt + r$ բազմանդամը, որի արմատներն են x, y, z թվերը: Այդ դեպքում $P(x) = 0, P(y) = 0, P(z) = 0$: Ունենք, որ

$$x^3 + px^2 + qx + r = 0$$

$$y^3 + py^2 + qy + r = 0$$

$$z^3 + pz^2 + qz + r = 0$$

Գումարելով երեք հավասարումները, օգտագործելով (2) առնչությունները և $x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+xz) = p^2 - 2q$

նույնությունը, կստանանք

$$x^3 + y^3 + z^3 + p(p^2 - 2q) - qp + 3r = 0,$$

որտեղից՝

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = -p(p^2 - 3q) = (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$\text{Քանի որ } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = \frac{1}{2}[(x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2] \geq 0, \text{ ապա}$$

$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \geq 0$, այն, ինչ որ պահանջվում էր ապացուցել: Ստացված անհավասարության մեջ տեղադրելով $x = \sqrt[3]{a}, y = \sqrt[3]{b}, z = \sqrt[3]{c}$, կստանանք պահանջվող անհավասարությունը:

Պարզվում է, որ երկրաչափական որոշ խնդիրների լուծման ժամանակ էլ կարելի է օգտագործել մեր մեթոդը:

Խնդիր 9. Ուղղանկյուն գուգահեռանիստի կողերի երկարությունների գումարը հավասար է 96-ի, լրիվ մակերևույթը՝ 286 սմ^2 , ծավալը՝ 120 սմ^3 : Գտնել կողերի երկարությունները:

Լուծում: Ուղղանկյուն գուգահեռանիստի երեք x, y, z չափումները բավարարում են

$$\begin{cases} 4(x + y + z) = 96 \\ 2(xy + yz + zx) = 286 \\ xyz = 120 \end{cases}$$

համակարգին: Հետևաբար, նրանք հանդիսանում են $P(t) = t^3 + 24t^2 + 143t + 120 = 0$ հավասարման արմատներ: Քանի որ $P(t) = (t-1)(t-8)(t-15)$, ապա ստանում ենք կողերի երկարությունները՝ 1սմ, 8սմ, 15սմ:

Պատ.՝ 1սմ, 8սմ, 15սմ:

Այժմ դիտարկենք մի խնդիր, որի մեջ օգտագործվում է ավելի բարձր կարգի բազմանդամ:

Խնդիր 10. a, b, c, d, e հինգ ամբողջ թվերն այնպիսին են, որ $a+b+c+d+e$ և $a^2+b^2+c^2+d^2+e^2$ թվերը բաժանվում են n կենտ թվի վրա: Ապացուցել, որ

$a^5+b^5+c^5+d^5+e^5 - 5abcde$ թիվը նույնպես բաժանվում է n -ի վրա:

Լուծում: Թող $P(t) = t^5 + pt^4 + qt^3 + rt^2 + kt + l$ բազմանդամի արմատները լինեն a, b, c, d և e թվերը: Վիետի թեորեմի համաձայն այդ բազմանդամի բոլոր գործակիցները ամբողջ թվեր են, ընդ որում p և q թվերը բաժանվում են n -ի վրա: Գումարելով $P(a)=0, P(b)=0, P(c)=0, P(d)=0, P(e)=0$ հավասարությունները, կստանանք, որ

$a^5+b^5+c^5+d^5+e^5 + 5l + r(a^2+b^2+c^2+d^2+e^2) + k(a+b+c+d+e) = -p(a^4+b^4+c^4+d^4+e^4) - q(a^3+b^3+c^3+d^3+e^3)$ հավասարության աջ մասը բաժանվում է n -ի վրա: Հաշվի առնելով խնդրի պայմանը, ստանում ենք, որ $a^5+b^5+c^5+d^5+e^5 + 5l$ թիվը նույնպես բաժանվում է n -ի վրա: Քանի որ $l = -abcde$, ապա ստանում ենք խնդրի պնդման ապացույցը:

Առանց բազմանդամը կառուցելու կարելի է վարվել այլ կերպ տարբեր խնդիրներ լուծելիս: Դիտարկենք հավասարումների համակարգ, որոնց մեջ հավասարումների ձախ մասերը ներկայացվում են 2 փոփոխականի համար $x^k + y^k (k \geq 2, k \in \mathbb{N})$ տեսքի արտահայտություններ, իսկ աջ մասերը հաստատուն թվեր են [2], [3]: Նշանակենք $\sigma_1 = x + y, \sigma_2 = xy, S_k = x^k + y^k (k \geq 2, k \in \mathbb{N})$: Ակնհայտ է, որ $\sigma_1 - h$ և σ_2 -ի արտահայտությունները նշանի ճշտությամբ Վիետի բանաձևերն են x և y արմատների դեպքում: $\sigma_1 - h$ և σ_2 -ի օգնությամբ կարելի է լուծել հավասարումների համակարգեր. նախօրոք օգտագործելով S_k -ի ($k = 1, 2, 3, 4, 5$) արտահայտությունները $\sigma_1 - h$ և σ_2 -ի միջոցով:

$$\text{Ունենք} \quad \left. \begin{aligned} S_1 &= x + y = \sigma_1 \\ S_2 &= x^2 + y^2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2 \\ S_3 &= x^3 + y^3 = \sigma_1^3 - 3\sigma_1\sigma_2 \\ S_4 &= x^4 + y^4 = \sigma_1^4 - 4\sigma_1^2\sigma_2 + 2\sigma_2^2 \\ S_5 &= x^5 + y^5 = \sigma_1^5 - 5\sigma_1^3\sigma_2 + 5\sigma_1\sigma_2^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Գոյություն ունի $S_k = \sigma_1 S_{k-1} - \sigma_2 S_{k-2} (k > 2)$ անդրադարձ առնչությունը:

Խնդիր 11. Գտնել համակարգի իրական լուծումները

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 8 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

Լուծում: Համաձայն (3) առնչությունների կունենանք

$$\begin{cases} \sigma_1^3 - 3\sigma_1\sigma_2 = 8 \\ \sigma_1^2 - 2\sigma_2 = 4 \end{cases}$$

Արտահայտելով σ_2 -ը σ_1 -ով համակարգի երկրորդ հավասարումից և տեղադրելով առաջին հավասարման մեջ կստանանք

$$\sigma_1^3 - 12\sigma_1 + 16 = 0$$

կամ

$$(\sigma_1 - 2)^2(\sigma_1 + 4) = 0$$

I դեպք՝ $\sigma_1 = 2$ հետևաբար $\sigma_2 = 0$ կամ անցնելով x և y անհայտներին, կունենանք

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 0 \end{cases}$$

որտեղից կստանանք 2 լուծում՝ $(2,0), (0,2)$:

2-րդ դեպք՝

$\sigma_1 + 4 = 0, \sigma_1 = -4$, հետևաբար $\sigma_2 = 6$; կամ

$$\begin{cases} x + y = -4 \\ xy = 6 \end{cases},$$

որը չունի իրական արմատներ:

Խնդիր 12. Լուծել համակարգը՝

$$\begin{cases} (x + y)^2 = 5 \\ x^5 + y^5 = 33 \end{cases},$$

եթե հայտնի է, որ $x+y$ -ը բնական թիվ է:

Լուծում: Նշանակենք $\sigma_1 = x + y, \sigma_2 = xy$ և օգտվելով S_2 -ի և S_5 -ի արտահայտություններից, կունենանք

$$\begin{cases} \sigma_1^2 - 2\sigma_2 = 5 \\ \sigma_1^5 - 5\sigma_1^3\sigma_2 + 5\sigma_1\sigma_2^2 = 33 \end{cases}$$

Նորից σ_2 -ը արտահայտենք σ_1 -ով և համակարգը կրեքվի

$$\sigma_1^5 - 125\sigma_1 + 132 = 0 \quad \text{կամ} \quad \sigma_1(\sigma_1^4 - 125) = -132:$$

Ակնհայտ է, որ $\sigma_1 \geq 4$ դեպքում հավասարումը լուծում չունի: Հետևաբար σ_1 -ը կարող է ընդունել 1, 2, 3 արժեքները: Այսպիսով ունենք 3 համակարգ:

$$1 - \text{ին} \quad \begin{cases} \sigma_1 = 1 \\ \sigma_1^4 - 125 = -132, \end{cases} \quad 2 - \text{րդ} \quad \begin{cases} \sigma_1 = 2 \\ \sigma_1^4 - 125 = -66, \end{cases} \quad 3 - \text{րդ} \quad \begin{cases} \sigma_1 = 3 \\ \sigma_1^4 - 125 = -44. \end{cases}$$

Պարզ է, որ 1-ին և 2-րդ համակարգերը լուծում չունեն, իսկ 3-րդ համակարգը լուծում ունի՝ $\sigma_1 = 3$:

σ_2 -ը այդ դեպքում կընդունի 2 արժեքը՝ $\sigma_2 = 2$: Անցնելով x, y փոփոխականներին, կստանանք

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2, \end{cases}$$

որի լուծումներն են՝ $(2,1)$ -ը և $(1,2)$ -ը:

Ինչ վերաբերում է 3 անհայտով 3 հավասարումների համակարգերի լուծմանը, ապա որոշ դեպքերում հնարավոր է այն բերել 2 անհայտով հավասարումների համակարգի լուծմանը:

Խնդիր 13. Լուծել հավասարումների համակարգը

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ x^5 + y^5 + z^5 = 1 \end{cases}$$

Լուծում: Նշանակենք $x + y = \sigma_1, xy = \sigma_2$ և ձևափոխենք համակարգը

$$\begin{cases} z = 1 - (x + y) \\ x^2 + y^2 = 3 - [1 - (x + y)]^2 = 3 - (1 - \sigma_1)^2 \\ x^5 + y^5 = 1 - [1 - (x + y)]^5 = 1 - (1 - \sigma_1)^5 \end{cases}$$

Քանի որ $S_2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$, $S_5 = \sigma_1^5 - 5\sigma_1^3\sigma_2 + 5\sigma_1\sigma_2^2$, ապա կունենանք

$$\begin{cases} \sigma_1^3 - 2\sigma_2 = 3 - (1 - \sigma_1)^2 \\ \sigma_1^5 - 5\sigma_1^3\sigma_2 + 5\sigma_1\sigma_2^2 = 1 - (1 - \sigma_1)^5 \end{cases}$$

Օգտագործելով $(1 - \sigma_1)^5 = 1 - 5\sigma_1 + 10\sigma_1^2 - 10\sigma_1^3 + 5\sigma_1^4 - \sigma_1^5$ քանաձևը և σ_2 -ի արտահայտությունը σ_1 -ի միջոցով՝ $\sigma_2 = \sigma_1^2 - \sigma_1 - 1$, որոշակի քայլերից հետո կստանանք

$$10\sigma_1^3 - 20\sigma_1^2 = 0$$

կամ

$$\sigma_1^2(\sigma_1 - 2) = 0$$

1-ին դեպք՝ $\sigma_1 = 0$, որտեղից $x=y$ և $z=1$ ելակետային համարժեք համակարգը կլինի

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x^2 + y^2 = 2 \\ x^5 + y^5 = 0 \end{cases},$$

որտեղից ստանում ենք $x=\mp 1$, $y=\pm 1$:

Խնդրի լուծումները կլինեն $(-1, 1, 1)$, $(1, -1, 1)$

2-րդ դեպք՝ $\sigma_1 = 2$, որտեղից $x+y=2$, $z=-1$: Այդ դեպքում

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 = 2 \\ x^5 + y^5 = 2 \end{cases}$$

որի լուծումն է՝ $x=y=1$: Խնդրի լուծումն է $(1, 1, -1)$:

Հոդվածում բերված խնդիրները, անշուշտ կընդարձակեն և կխորացնեն Վիետի բանաձևերի կիրառման շրջանակները:

Գրականություն

1. Л.Д.Курляндчик, С.В.Фомин-Терема Виета и вспомогательный многочлен, журнал "Квант", 1984, 12

2. А.Г.Курош-Курс высшей алгебры, М., изд. "Наука", 1971

3. Е.С.Ляпин, А.Е.Евсеев-Алгебра и теория чисел, М., "Просвещение" 1978

Տեղեկություններ հեղինակի մասին.

Վլոդյա Մանասյան - ԱրՊՀ կիրառական մաթեմատիկայի և ինֆորմատիկայի ամբիոնի դոցենտ

E-mail: manasyan1949@mail.ru

Հոդվածը տպագրության է նրաշխարհում խմբագրական խորհրդի անդամ, ֆ.մ.գ.դ. Ա.Մ.Խաչատրյանը

ОБ ОДНОЙ ОЦЕНКЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ КОМПОНЕНТ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНОЙ ОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Георгий СААКЯН

Ключевые слова: однородные линейные дифференциальные уравнения, система однородных линейных дифференциальных уравнений

Բանալի բառեր՝ համասեռ գծային դիֆերենցիալ հավասարումներ, համասեռ գծային դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգեր:

Keywords: homogeneous linear differential equations, homogeneous linear system of differential equations

Գ. Սահակյան

Դիֆերենցիալ հավասարումների գծային համասեռ համակարգի լուծումների կոմպոնենտների արտադրյալի մի գնահատականի մասին

Հայտնի է, որ գծային դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգերի համար ընդհանուր դեպքում գոյություն չունի լուծման ընթացակարգ, այսինքն հնարավոր չէ ստանալ նրա լուծումների անալիտիկ տեսքը, և, հետևաբար այն գնահատել: Այդ իմաստով նշանակություն ունեն համակարգերի լուծումներն գնահատող անհավասարումների արտաձուլը: Աշխատանքում ոչ բացասական գործակիցներով գծային համասեռ դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգերի ոչ տրիվիալ լուծումների համար արտաձուլում է անհավասարություն, որը գնահատում է լուծման կոմպոնենտների արտադրյալը համակարգի գործակիցների միջոցով:

G.Sahakyan

About One Assessment for the Product of Components of Solutions of the Linear Homogenous System of Differential Equations.

It is known that for the linear systems of differential equations in the general case there is no order to solve them, and, hence, it is impossible to introduce their solution analytically, and, therefore, assess them. In this sense, it has a value of obtaining inequalities, evaluating solutions of the systems. For the non-trivial solutions of linear homogeneous system of differential equations with nonnegative coefficients the work introduces inequality, assessing the product of component solutions.

Известно, что для линейных систем дифференциальных уравнений в общем случае не существует порядка их решения, а, значит, невозможно представить их решения в аналитическом виде, и, следовательно, их оценить. В этом смысле, имеет значение получение неравенств, оценивающих решения систем. В работе для нетривиальных решений линейной однородной системы дифференциальных уравнений с неотрицательными коэффициентами выводится неравенство, оценивающее произведение компонент решений системы.

Рассматривается следующая однородная линейная система обыкновенных дифференциальных уравнений порядка n (см., например, [1], [2])

$$\vec{y}' = A(t)\vec{y}, \quad (1)$$

где

$$A(t) = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \dots & a_{2n}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{pmatrix}, \quad \vec{y}(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \dots \\ y_n(t) \end{pmatrix}, \quad a_{ij} \in [a, b], \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Имеет место

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=1}^n a_{ii}(t) \cdot \prod_{k=1}^n u_k(t) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n a_{ij}(t) u_j^2(t) + a_{ji}(t) u_i^2(t) \overline{a_{ij}(t)} \overline{a_{ji}(t)} u_i(t) u_j(t) \right) = \\ & = \sum_{i=1}^n a_{ii}(t) \cdot \prod_{k=1}^n u_k(t) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n a_{ij}(t) u_j^2(t) + a_{ji}(t) u_i^2(t) \overline{a_{ij}(t)} \overline{a_{ji}(t)} u_i(t) u_j(t), \end{aligned}$$

(4)

в котором индексы $k_1, k_2, \dots, k_{n-1}$ отличны друг от друга и принимают значения от 1 до n , отличные также от i, j . Далее, воспользуемся очевидным неравенством

$$a_{ij}(t) u_j^2(t) + a_{ji}(t) u_i^2(t) \geq \sqrt{a_{ij}(t) \cdot a_{ji}(t)} u_i(t) u_j(t).$$

Тогда, учитывая соотношение (4), найдем, что

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=1}^n a_{ii}(t) \cdot \prod_{k=1}^n u_k(t) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n \overline{a_{ij}(t)} \cdot \overline{a_{ji}(t)} u_j(t) u_i(t) u_{k_1}(t) u_{k_2}(t) \dots u_{k_{n-1}}(t) \right) = \\ & = \sum_{i=1}^n a_{ii}(t) \cdot \prod_{k=1}^n u_k(t) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n \overline{a_{ij}(t)} \cdot \overline{a_{ji}(t)} \prod_{k=1}^n u_k(t) = \left(\sum_{i=1}^n a_{ii}(t) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n \overline{a_{ij}(t)} \cdot \overline{a_{ji}(t)} \right) \prod_{k=1}^n u_k(t). \end{aligned}$$

или

$$\tilde{u}'(t) \geq \left(\text{tr } A(t) + 2 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n \overline{a_{ij}(t)} \cdot \overline{a_{ji}(t)} \right) \tilde{u}(t), \quad (5)$$

где $\tilde{u}(t) = \prod_{i=1}^n u_i(t)$, $\text{tr } A(t) = \sum_{i=1}^n a_{ii}(t)$ - след матрицы $A(t)$. Примем

$$\tilde{a}(t) \equiv \left(\text{tr } A(t) + 2 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n \overline{a_{ij}(t)} \cdot \overline{a_{ji}(t)} \right).$$

Тогда неравенство (5) примет вид

$$\tilde{u}'(t) \geq \tilde{a}(t) \tilde{u}(t). \quad (6)$$

Поскольку $\tilde{a}(t)$ непрерывна на $[a, b]$, то она принимает на этом отрезке свое наименьшее значение. Пусть

$$m = \min_{a \leq t \leq b} [\tilde{a}(t)].$$

Тогда, учитывая неравенство (6), получим

$$\tilde{u}'(t) \geq m \cdot \tilde{u}(t).$$

Учитывая тот факт, что обе части последнего неравенства неотрицательны, и, интегрируя его в пределах от a до t а $a \leq t \leq b$, получим

$$\tilde{u}(t) \geq \tilde{u}(a) e^{m(t-a)}.$$

Теорема доказана.

Замечание. В неравенстве (2) знак равенства будет иметь место при выполнении следующих условий

$$u_i(t) = \varphi_i(a) e^{\int_a^t \sum_{k=1}^n \overline{a_{ki}(t) a_{ik}(t)} dt}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Действительно, знак равенства в (2) будет иметь место, если оно имеет место в неравенстве

$$a_{ij}(t) u_j^2(t) + \varphi_{ji}(t) u_i^2(t) \geq \varphi_{ji}(t) \sqrt{a_{ij}(t) \cdot a_{ji}(t)} u_i(t) u_j(t),$$

т.е. при выполнении равенства

$$\sqrt{a_{ij}(t)} u_j(t) = \sqrt{a_{ji}(t)} u_i(t), \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Из последнего соотношения будет следовать, что

$$u_j(t) = \frac{\sqrt{a_{ji}(t)}}{\sqrt{a_{ij}(t)}} u_i(t), \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Подставив в i -ое уравнение системы (3) значения $u_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, n$, получим

$$\begin{aligned} u_i' &= \varphi_{i1}(t) \frac{\sqrt{a_{1i}(t)}}{\sqrt{a_{i1}(t)}} u_1 + \varphi_{i2}(t) \frac{\sqrt{a_{2i}(t)}}{\sqrt{a_{i2}(t)}} u_1 + \dots + \varphi_{in}(t) \frac{\sqrt{a_{ni}(t)}}{\sqrt{a_{in}(t)}} u_1 = \\ &= \left(\sqrt{a_{1i}(t) a_{i1}(t)} + \sqrt{a_{2i}(t) a_{i2}(t)} + \dots + \sqrt{a_{ni}(t) a_{in}(t)} \right) u_1 = \sum_{k=1}^n \overline{\varphi_{ki}(t) a_{ik}(t)} u_1, \end{aligned}$$

откуда, интегрируя в пределах от a до t и $a \leq t \leq b$, получим

$$u_i(t) = \varphi_i(a) e^{\int_a^t \sum_{k=1}^n \overline{a_{ki}(t) a_{ik}(t)} dt}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Из соотношения (2), в частности, вытекает

Следствие 1. Если в системе (1) коэффициенты $a_{ij}(t) \geq 0$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$), то для любого

нетривиального решения $\vec{u}(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \dots \\ u_n(t) \end{pmatrix}$ системы (1), для значений $t \in [a, b]$, при которых $u_i(t) \geq 0$,

функция $\tilde{u}(t) = \prod_{i=1}^n u_i(t)$ является неубывающей.

Действительно, предположим, что $a \leq t_1 < t_2 \leq b$. Тогда, взяв в доказательстве теоремы t_1 вместо t_0 , получим неравенство

$$\tilde{u}(t) \geq \tilde{u}(t_1) e^{m(t-t_1)}.$$

Откуда, учитывая, что в силу условий теоремы, $m \geq 0$, найдем

$$\tilde{u}(t_2) \geq \tilde{u}(t_1) e^{m(t_2-t_1)} \geq \tilde{u}(t_1).$$

Из следствия 1 вытекает, что если выполняются условия теоремы, то максимальным значением функции $\tilde{u}(t)$ на отрезке $[a, b]$ будет $\tilde{u}(b)$.

Далее, если в доказательстве теоремы в определении $\tilde{a}(t)$ принять $a_{ij}(t) = \varphi_{ji}(t)$, то получим

Следствие 2. Если в системе (1) матрица $A(t)$ симметрична и коэффициенты

$a_{ij}(t) \geq 1$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$), то для любого нетривиального решения $\vec{u}(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \dots \\ u_n(t) \end{pmatrix}$ системы (1), для

значений $t \in [a, b]$, при которых $u_i(t) \geq 1$, выполняется неравенство

$$\tilde{u}(t) \geq \tilde{u}(a)e^{m(t-a)},$$

где

$$m = \min_{a \leq t \leq b} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}(t).$$

Литература

1. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. -М.: Мир, 1970.
2. Саакян Г.Г. О нулях компонент решений одной линейной однородной системы дифференциальных уравнений. *Сборник трудов IV международной научной конференции "Математика. Образование. Культура"*. Тольятти, 2009, с. 32-35.

Сведение об авторе:

Георгий Саакян - кандидат физ-мат. наук, проректор по учебной части АргГУ.

E-mail: ter_saak_george@mail.ru

Статья рекомендована к печати членом редакционной коллегии, д.ф.-м.н. Хачатрянном.

ՀՏԴ 517

Մաթեմատիկա

ԱԶԱՏ ԻՆՏԵՐՊՈԼԻԱՑԻԱՅԻ ԽՆԴԻՐԸ ԿՇՌԱՅԻՆ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՒՄ

Արտավազ ԾԱՆՅԱՆ

Բանալի բառեր՝ Հարդիի կշռային տարածություն, ազատ ինտերպոլիացիայի խնդիր, կոմպլեքս հարթություն, կիսահարթություն, կետերի հաջորդականություն, կշռային ֆունկցիա, անվերջ հեռու կետ:

Ключевые слова - весовое пространство Харди, задача свободной интерполяции, комплексное пространство, полупространство, последовательность точек, весовая функция, бесконечно удаленная точка.

Keywords - weighted Hardy spaces, the interpolation problem, complex space, a half-space, sequence of points, weight function, point at infinity.

A. Оганян

Задача свободной интерполяции в весовых пространствах

В работе рассматривается задача свободной интерполяции во весовых пространствах Харди. Допустим, последовательность $\{z_k\}_{k=1}^{\infty}$ принадлежит верхней полуплоскости H^+ и удовлетворяет условию Карлесона. Доказывается, что для любой функции $f \in H^p_+(\rho)$ имеет место неравенство

$$\sum_{k=1}^{\infty} |z_k|^p |i + |z_k|^{p n_p} F_{\rho}(z_k)|^p \frac{y_k}{1 + |z_k|^2} \leq \|f\|_{H^p_+(\rho)}^p,$$

где $H^p_+(\rho)$ есть пространство харди с весом $\rho(x) = (|x|^{-\alpha}) \rho_+(x)$ ($\alpha \geq 1$), где функция $\rho(x)$ удовлетворяет условию Макенхаупта.

Также доказывается обратное утверждение. Отметим, что эта задача, как и задача кратной интерполяции, изучены не во весовых пространствах.

A. Ohanyan

The Problem of Free Interpolation in Weighted Spaces.

Suppose $\{z_k\}_{k=1}^{\infty}$ succession belongs to H^+ upper semi-plane, and complies with Karlesons condition. It is proved that for any $f \in H^p_+(\rho)$ function

$$\sum_{k=1}^{\infty} |z_k|^p |i + |z_k|^{p n_p} F_{\rho}(z_k)|^p \frac{y_k}{1 + |z_k|^2} \leq \|f\|_{H^p_+(\rho)}^p$$

The opposite allegation is also proved. For $\sum_{k=1}^{\infty} w_k |i + |z_k|^{p n_p} F_{\rho}(z_k)|^p \frac{y_k}{1 + |z_k|^2} < \infty$ condition which

complies with $\{w_k\}_{k=1}^{\infty}$ succession there is a function $f \in H^p_+(\rho)$, so $f(z_k) = w_k$, $k = 1, 2, \dots$. Note that this issue as well as the issue of multiple interpolation has already been studied but not in weight spaces.

Աշխատանքում դիտարկվում է ազատ ինտերպոլիացիայի խնդիրը Հարդիի կշռային տարածություններում: Դիցուք՝ $H^p_+(\rho)$ -ն $\rho(x) = (|x|^{-\alpha}) \rho_+(x)$ ($\alpha \geq 1$) կշռով Հարդիի տարածությունն է, որտեղ $\rho(x)$ ֆունկցիան բավարարում է Մակենհաուպտի պայմանին: Ապացուցվում է, որ ցանկացած $f \in H^p_+(\rho)$ ֆունկցիայի համար տեղի ունի՝

$$\sum_{k=1}^{\infty} |z_k|^p |i + |z_k|^{p n_p} F_{\rho}(z_k)|^p \frac{y_k}{1 + |z_k|^2} \leq \|f\|_{H^p_+(\rho)}^p,$$

որտեղ C -ն հաստատուն է, անկախ f -ից, $n_p = \left\lceil \frac{\alpha - 1}{p} \right\rceil$, $F_{\rho'}(z) = \exp \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left(\rho_{\rho'}'(t) \right) \frac{dt}{t-z} \right\}$:

Ապացուցվում է նաև հակառակ պնդումը: Ցանկացած $\mathfrak{W}_k^{\infty} \mathfrak{L}$ հաջորդականության համար, որը բավարարում է հետևյալ պայմանին՝ $\sum_{k=1}^{\infty} w_k |i + z_k|^{pn_p} |F_{\rho'}(z_k)|^p \frac{y_k}{1 + |z_k|^2} < \infty$, գոյություն ունի $f \in \mathcal{H}_+^p(\rho)$ այնպես, որ $f(z_k) = w_k$, $k = 1, 2, \dots$: Նշենք, որ այս խնդիրը, ինչպես նաև բազմապատիկ ինտերպոլիացիայի խնդիրը արդեն ուսումնասիրված են, սակայն ոչ կշռային տարածություններում:

Դիտարկվում է ազատ ինտերպոլիացիայի խնդիրը Հարդիի կշռային տարածություններում: Դիցուք $H_+^p(\rho)$ -ն $\rho(x) = \left(\sum_{k=1}^{\infty} |x - z_k|^{-\alpha} \right)^{-1}$ ($\alpha \geq 1$) կշռով Հարդիի տարածությունն է, որտեղ $\rho(x)$ -ը բավարարում է Մակենհաուպտի պայմանին: Ապացուցվում է, որ ցանկացած $f \in \mathcal{H}_+^p(\rho)$ ֆունկցիայի համար տեղի ունի՝

$$\sum_{k=1}^{\infty} (z_k)^p |i + z_k|^{pn_p} |F_{\rho'}(z_k)|^p \frac{y_k}{1 + |z_k|^2} \leq \|f\|_{H_+^p(\rho)}^p,$$

որտեղ C -ն հաստատուն է անկախ f -ից, $n_p = \left\lceil \frac{\alpha - 1}{p} \right\rceil$, $F_{\rho'}(z) = \exp \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left(\rho_{\rho'}'(t) \right) \frac{dt}{t-z} \right\}$:

Ապացուցվում է նաև հակառակ պնդումը: Ցանկացած $\mathfrak{W}_k^{\infty} \mathfrak{L}$ հաջորդականության համար, որը բավարարում է հետևյալ պայմանին՝ $\sum_{k=1}^{\infty} w_k |i + z_k|^{pn_p} |F_{\rho'}(z_k)|^p \frac{y_k}{1 + |z_k|^2} < \infty$, գոյություն ունի $f \in \mathcal{H}_+^p(\rho)$ այնպես, որ $f(z_k) = w_k$, $k = 1, 2, \dots$:

1. Դիցուք $H^+ = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z > 0\}$ z կոմպլեքս հարթության վերին կիսահարթությունն է, $Z = \{z_k\}_{k=1}^{\infty} \subset H^+$ այդ կիսահարթության կետերի հաջորդականություն է, որը բավարարում է Բլաշկեի պայմանին՝

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{y_k}{1 + |z_k|^2} < \infty,$$

իսկ

$$l^p(Z) = \left\{ \mathfrak{W}_k^{\infty} \mathfrak{L}, \sum_{k=1}^{\infty} w_k |i + z_k|^{pn_p} |F_{\rho'}(z_k)|^p \frac{y_k}{1 + |z_k|^2} < \infty \right\}$$

Ազատ ինտերպոլիացիայի խնդիրը կայանում է հետևյալում: Ինչպիսի պայմանի պետք է բավարարի Z հաջորդականությունը, որպեսզի տեղի ունենա հավասարությունը

$$M^p(Z) = \mathcal{H}_+^p(Z) \quad (1)$$

որտեղ $M^p(Z) = \{f(z_k)\}_{k=1}^{\infty}$, $f \in \mathcal{H}_+^p$, $\mathcal{H}_+^p$ – Հարդիի տարածությունն է H^+ -ում

$$\mathcal{H}_+^p = \left\{ f, \sup_{y>0} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x+iy)|^p dx < \infty \right\}$$

Նման ձևով սահմանվում է ստորին կիսահարթությունում անալիտիկ ֆունկցիաների H_-^p դասը: $p = \infty$ դեպքում այս խնդիրը առաջին անգամ լուծվել է Կառլեսոնի կողմից միավոր շրջանում (տես[1]), իսկ $p < \infty$ դեպքում Շապիրոյի և Շիլդսի կողմից (տես[2]): Կիսահարթությունում այս խնդիրը ինչպես նաև բազմապատիկ ինտերպոլացիայի խնդիրը դիտարկվել է Մ.Մ. Զրբաշյանի կողմից (տես[3]), և ապացուցվել է հետևյալ պնդումը. Որպեսզի տեղի ունենա (1) հավասարությունը, անհրաժեշտ է և բավարար, որ Z հաջորդականությունը բավարարի Կառլեսոնի պայմանին՝

$$\inf_{j>} \prod_{k \neq j}^{\infty} \left| \frac{z_k - z_j}{z_k - \bar{z}_j} \right| > 0 \quad (2)$$

Այս աշխատանքում ազատ ինտերպոլացիայի խնդիրը ուսումնասիրվում է

$$H_+^p(\rho) = \left\{ f, \sup_{y>0} \int_{-\infty}^{\infty} |f(x+iy)|^p \rho(x) dx < \infty \right\}$$

կշռային տարածություններում, այստեղ ρ կշռային ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\rho(x) = (1 + |x|)^{-\alpha} \rho(x), \quad (\alpha \geq 1) \quad (3)$$

որտեղ ρ -ը որոշակի պայմանների բավարարող ֆունկցիա է անվերջ հեռու կետում (տես հաջորդ բաժնում): Այն դեպքում, երբ $0 < c < m z_k < C$, $k = 1, 2, \dots$ այս խնդիրը ինչպես նաև բազմապատիկ ինտերպոլացիայի խնդիրը դիտարկվել է Վ.Դ.Դիբինի կողմից (տես [6]):

2. Կասենք, որ $g(x)$, $x \in (-\infty, \infty)$ դրական, լոկալ ինտեգրելի ֆունկցիան բավարարում է (A_1) պայմանին, եթե

$$Mg(x) \leq Cg(x) \quad (A_1)$$

որտեղ M -ը Հարդի-Լիթլվուդի մաքսիմալ ֆունկցիան է՝

$$Mg(x) = \sup_{t>0} \frac{1}{|I|} \int_I g(t) dt,$$

իսկ C -ն հաստատուն է, որը կախված չէ x -ից: Նկատենք, որ եթե $g(x)$ -ը բավարարում է (A_1) պայմանին, ապա այն բավարարում է Մակենհաուպտի ցանկացած (A_p) , $1 < p < \infty$ պայմանին, այսինքն

$$\sup_I \left(\frac{1}{|I|} \int_I g(t) dt \right) \left(\frac{1}{|I|} \int_I g(t)^{\frac{p}{p-1}} dt \right)^{p-1} < \infty \quad (A_p)$$

(տես [4]): Այժմ ենթադրենք ρ կշռային ֆունկցիան ունի (3) տեսքը, որտեղ ρ -ը բավարարում է (A_1) պայմանին:

Դիցուք

$$B(z) = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{z_k - z}{z_k - \bar{z}} \frac{1 + z_k^2}{1 + \bar{z}_k^2}$$

Բլաշկեի արտադրյալն է, ենթադրելով, որ z_k կետերը զույգ առ զույգ իրարից տարբեր են:

Դիցուք՝ $n_p = \left\lceil \frac{x}{p} \right\rceil$, $\rho_+(t) = \left(1 + \frac{p-1}{p} \right)^{n_p} \rho(t)$: Երբ $\frac{\alpha}{p}$ ամբողջ թիվ է, մենք կենթադրենք, որ

$\inf_{t \in (-\infty, \infty)} \rho(t) > 0$: Տեղի ունի հետևյալ պնդումը.

Լեմ 1: Դիցուք $f \in {}^p(\rho : \text{Տեղի ունի հետևյալ ներկայացումը}$

$$f(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-i}^{+i} \frac{f(t)}{t-z} dt \quad (4)$$

Ապացույց: $H^p(\rho)$ դասի սահմանումից և $\rho_-(t)$ ֆունկցիայի հատկություններից հետևում է, որ $f(z) \in H^p(H^+)$ հետևաբար

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-i}^{+i} \frac{f(t)}{t-z} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-i}^{+i} \frac{f(t)}{t-z} dt,$$

որտեղից ստանում ենք (4) ներկայացումը:

3. Դիտարկենք ռացիոնալ ֆունկցիաների համակարգերը

$$r_k(z) = \frac{y}{\prod_{j=1}^n (z - z_k)}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (5)$$

$$\Omega_k(z) = \frac{\prod_{j=1}^n B_j(z)}{\prod_{j=1}^n B_j(z_k)}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (6)$$

$$\Omega_-(z) = \frac{\prod_{j=1}^n B_j(z)}{\prod_{j=1}^n B_j(z_k)}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

Տեղի ունի հետևյալ պնդումները, որոնք ոչ կշռային դասերում ապացուցվել է [5] աշխատանքում:

Լեմ 2: $r_k(z)$ և $\Omega_-(z)$ համակարգերը, ինչպես նաև $r_k(z)$ և $\Omega_k(z)$ համակարգերը բիրտոգոնալ են ամբողջ թվային ուղղի վրա

$$-\frac{1}{2\pi} \int_{-i}^{+i} r_j(t) \overline{\Omega_{nk}(t)} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-i}^{+i} \overline{r_j(t)} \Omega_k(t) dt = \delta_{jk}, \quad (1 \leq k, j \leq n \leq \infty)$$

Ապացույց: Նկատենք, որ

$$-\frac{1}{2\pi} \int_{-i}^{+i} r_j(t) \overline{\Omega_{nk}(t)} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-i}^{+i} \frac{\overline{B_n(t)}}{\prod_{j=1}^n (t - z_k)} dt = \delta_{jk}$$

Լեմը ապացուցված է:

Լեմ 3: Տեղի ունի հետևյալ հավասարությունը

$$\left(\frac{\xi - z}{z + i} \right)^p \frac{1}{\xi - z} = - \sum_{k=1}^n \overline{\Omega_k(\xi)} r_k(z) + \frac{\overline{B_n(\xi)} B_n(z)}{\xi - z} = \sum_{k=1}^n \overline{\Omega_k(z)} r_k(\xi) + \frac{\overline{B_n(\xi)} B_n(z)}{\xi - z}$$

$\forall \xi$ փոփոխականների համար:

Ապացույց: [3] աշխատանքում ապացուցվել է

$$\frac{1}{\xi - z} = - \sum_{k=1}^n \overline{\Omega_k(\xi)} r_k(z) + \frac{\overline{B_n(\xi)} B_n(z)}{\xi - z}$$

հավասարությունը այն դեպքում, երբ $\rho \equiv 1$: Այս հավասարության երկու կողմերը բազմապատկելով $\left(\frac{\xi - z}{z + i} \right)^p$ արտադրիչով ստանում ենք լեմի ապացույցը:

4. Նշանակենք $H^p(\rho, Z) = \{f(z) : f \text{ համակարգի գծային թաղանթի փակույթը } H^p(\rho) \text{ տարածությունում: Տեղի ունի հետևյալ պնդումը.}$

Թեորեմ 1: $f \in {}^p(\rho)$ ֆունկցիան պատկանում է $H^p(\rho, Z)$ դասին այն և միայն այն դեպքում, երբ

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(t)}{B(t) \left(\zeta + i \sqrt[n_p]{t-z} \right)} dt = 0, \quad z \in \mathbb{C} \quad (8)$$

Ապացույց: Դիցուք՝ $f(z) = \zeta_k(z)$: Այդ դեպքում ստանում ենք

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(t)}{B(t) \left(\zeta - \sqrt[n_k]{t-z} \right)} dt = 0, \quad z \in \mathbb{C}$$

քանի որ $\zeta \left(\zeta - \sqrt[n_k]{t-z} \right) \in H^p(\Pi_-)$: Այսինքն (8) հավասարությունը տեղի ունի ցանկացած $f(z) = \zeta_k(z)$ ֆունկցիայի համար: Հետևաբար այն տեղի ունի նաև ցանկացած $f \in {}^p(\rho, Z)$ ֆունկցիայի համար: Այժմ ենթադրենք $f \in {}^p(\rho)$ բավարարում է (8) պայմանին: Այդ դեպքում

$$f(z) = \frac{\zeta + i \sqrt[n_p]{t-z}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(t)}{\zeta + i \sqrt[n_p]{t-z}} dt, \quad z \in \mathbb{C}$$

Ըստ լեմ 3-ի ստանում ենք՝

$$\begin{aligned} f(z) &= -\frac{(z+i)^{n_p}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(t)}{(t+i)^{n_p}} \left\{ \sum_{k=1}^n \overline{r_k(t)} r_k(z) + \frac{\overline{B_n(t)} B_n(z)}{t-z} \right\} dt = \\ &= \sum_{k=1}^n c_{nk}(f) r_k(z) + \frac{\zeta + i \sqrt[n_p]{t-z}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(t)}{\zeta + i \sqrt[n_p]{t-z}} \frac{\overline{B_n(t)} B_n(z)}{t-z} dt, \end{aligned}$$

որտեղ $c_{nk}(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \Omega_{nk}(t) dt$

Քանի որ $\overline{B_n(t)} = \overline{B_n(t)}$, ապա կստանանք՝

$$f(z) = \sum_{k=1}^n c_{nk}(f) r_k(z) + \frac{\zeta + i \sqrt[n_p]{t-z}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(t)}{\zeta + i \sqrt[n_p]{t-z}} \frac{B_n(z)}{B_n(t)(t-z)} dt$$

Անցնելով սահմանի, երբ $n \rightarrow \infty$ և հաշվի առնելով, որ

$$\frac{f(t)}{\zeta + i \sqrt[n_p]{B_n(t)}} \rightarrow \frac{f(t)}{\zeta + i \sqrt[n_p]{B(t)}}$$

ըստ $L^p(-\infty, \infty)$ տարածության նորմայի, ըստ (8)-ի ստանում ենք

$$\sum_{k=1}^n c_k(f) r_k(z) \rightarrow$$

$L^p(-\infty, \infty)$ տարածության նորմայով: Այսպիսով $f \in {}^p(\rho, Z)$: Դիցուք $f \in {}^p(\rho)$: Նշանակենք

$$f_B(z) = \frac{\zeta + i \sqrt[n_p]{t-z}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(t)}{\zeta + i \sqrt[n_p]{t-z}} \frac{B_n(z)}{B_n(t)(t-z)} dt$$

և նկատենք, որ f_B ֆունկցիան բավարարում է (8) պայմանին: Այսպիսով ցանկացած $f \in {}^p(\rho)$ ֆունկցիա կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$f(z) = f_B(z) + \beta(z)f_1(z), \quad f_1 \in {}^p(\rho)$$

հետևաբար

$$H_+^p(\rho) = \mathcal{H}_+^p(\rho, Z) \oplus H_+^p(\rho)$$

նմանապես

$$H_+^p(\rho) = \mathcal{H}_+^p(\rho, Z_n) \oplus {}_n H_+^p(\rho)$$

5. Թեորեմ 2: Դիցուք $Z = \sum_{k=1}^{\infty} z_k$ հաջորդականությունը բավարարում է (2) պայմանին, $\rho(x) = \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} |z_k|^2\right)^{-1} \rho_0(x)$, որտեղ $\rho_0(x)$ -ը դանդաղ փոփոխվող ֆունկցիա է անվերջ հեռու կետում: Տեղի ունի

ա) Ցանկացած $f \in H_+^p(\rho)$, $\beta > 0$ ֆունկցիայի համար

$$\sum_{k=1}^{\infty} |f(z_k)|^p |1 + z_k|^{pn_p} |F_{\rho'}(z_k)|^p \frac{y_k}{1 + |z_k|^2} < C \|f\|_{H_+^p(\rho)}^p,$$

որտեղ C -ն հաստատուն է, որը կախված չէ β -ից, իսկ

$$F_{\rho'}(z) = \exp \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left(\rho'_{\epsilon}(t) \right) \frac{dt}{t - z} \right\}$$

բ) Ցանկացած $w_k \sum_{k=1}^{\infty} z_k$ հաջորդականության համար, այնպես որ

$$\sum_{k=1}^{\infty} |w_k|^p |1 + z_k|^{pn_p} |F_{\rho'}(z_k)|^p \frac{y_k}{1 + |z_k|^2} < \infty$$

գոյություն ունի $f \in {}^p(\rho)$, այնպես որ $f(z_k) = w_k$, $k = 1, 2, \dots$:

Ապացույց: Քանի որ $f \in {}^p(\rho)$, ապա $\beta + \sum_{k=1}^{\infty} f(z_k) \in {}^p(\rho)$: Ընդ որում

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x + iy)|^p |x + iy|^{pn_p} \rho_{\epsilon}(t) dt \leq \beta \left\| \beta + \sum_{k=1}^{\infty} f(z_k) \right\|_{L^p(\rho_{\epsilon})}^p$$

Նկատենք, որ $\beta + i \sum_{k=1}^{\infty} f(z_k) F_{\rho'}(z) \in H_+^p(\Pi)$: Իրոք կիրառելով Յենսենի անհավասարությունը ստանում ենք՝

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x + iy)|^p |x + iy|^{pn_p} |F_{\rho'}(x + iy)|^p dx \leq \int_{-\infty}^{\infty} |f(x + iy)|^p |x + iy|^{pn_p} \left(\int_{-\infty}^{\infty} |\rho(t)|^{\frac{1}{p}} \frac{y dx}{t^2 + y^2} \right) dt$$

Քանի որ (տես [4])

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\rho(t)|^{\frac{1}{p}} \frac{y dt}{t^2 + y^2} \leq \beta \left(M \rho'_{\epsilon}(t) \right)$$

որտեղ C -ն հաստատուն է անկախ y -ից, իսկ M -ը ρ'_{ϵ} ֆունկցիայի մաքսիմալ ֆունկցիան է: Հետևաբար կստանանք

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x + iy)|^p |x + iy|^{pn_p} |F_{\rho'}(x + iy)|^p dx \leq \beta \int_{-\infty}^{\infty} |f(x + iy)|^p |x + iy|^{pn_p} \rho_p^{\frac{1}{p}}(x) dx = \beta \|f\|_{L^p(\rho)}^p$$

և $f(z)zF_{\rho}'(z) \in H_+^p(\Pi)$: Այժմ, եթե Z հաջորդականությունը բավարարում է (1) պայմանին, ապա ստանում ենք՝

$$\sum_{k=1}^{\infty} (z_k)^p |i + z_k|^{pn_p} |F_{\rho}'(z_k)|^p \frac{y_k}{1 + |z_k|^2} < 2 \left\| \left(\sum_{k=1}^{\infty} f(z) F_{\rho}'(z) \right) \right\|_{H_+^p} \leq 2 \|f\|_{L^p(\rho)}$$

Այսպիսով՝ ստացանք ա) պնդման ապացույցը: Այժմ ենթադրենք՝ $\sum_{k=1}^{\infty} |i + z_k|^{pn_p} |F_{\rho}'(z_k)|^p < \infty$ հաջորդականությունը բավարարում է թերեմի պայմանին: Այդ դեպքում $\sum_{k=1}^{\infty} (i + z_k)^{n_p} F_{\rho}'(z_k) \in H^p(Z)$ և հետևաբար գոյություն ունի $f \in H^p(\Pi)$ այնպես, որ

$$f(z_k) = w_k (i + z_k)^{n_p} F_{\rho}'(z_k), \quad k = 1, 2, \dots$$

Քանի որ $\rho_+(t) \in L^1$, ստանում ենք $F(z) = \left(\sum_{k=1}^{\infty} f(z) F_{\rho}'(z) \right) \in H_+^p(\rho)$ և $F(z_k) = v_k$, $k = 1, 2, \dots$: Թերեմը ապացուցվեց:

Գրականություն

1. L.Carleson, «Interpolation by bounded analytic Functions and the Corona Problem», Ann. Math., 76 (3) 547-559 (1962).
2. H.S.Shapiro, A.L.Shilds, «On Some Interpolation Problems for Analitic Functions», Amer. J. Math. 83 (3) 513-532 (1961).
3. М. М. Джрбашян “Биортогональные системы и решение интерполяционной задачи с узлами ограниченной кратности в классе H^2 ” Изв. АН СССР., сер. Мат., 9(5) 339-373, 1974)
4. Дж.Гарнет, Ограниченные аналитические функции. Москва. “Мир” 1984.
5. Г.М.Айрапетян, “Кратная интерполяция и базисность некоторых биортогональных систем рациональных функций в классах H^p ”. Изв. АН Арм. ССР., сер. Мат., 12 (4) 262-277, (1977).
6. В.Б.Дыбин, “Кратная интерполяция в весовых классах Харди и регуляризация расходящихся интегралов”. Известия АН Армении, XXV, N3, 236-260, 1990.

Տեղեկություններ հեղինակի մասին

Արտավազ Ծհանյան – ԱրՊՀ մաթեմատիկայի ամբիոնի դասախոս

E-mail: E-mail: a.d.ohanyan@gmail.com

Հոդվածը տպագրության է ներառվել խմբագրական խորհրդի անդամ, ֆ.մ.գ.դ. Ա.Մ.Խաչատրյանը

УДК 62-501.7

Прикладная математика

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПАРКА-ГОРЕВА КАК СЛЕДСТВИЕ ТЕОРЕМЫ ЛЯПУНОВА**Виталий САФАРЯН, Володя МАНАСЯН**

Ключевые слова: Синхронная машина, электромагнитный переходный процесс, теорема Ляпунова, преобразование Парка-Горева, математическая модель, дифференциальные уравнения.

Բանալի բառեր. Մինքրոն մեքենա, էլեկտրոմագնիսական անցման պրոցես, Լյապունովի թեորեմ, Պարկ-Գորևի ձևափոխություն, մաթեմատիկական մոդել, դիֆերենցիալ հավասարումներ:

Keywords: synchronous machine, electroenergetic transitional process, Liapunov's theorem, Park-Gorev's transformation, mathematical model, differential equations.

Վ. Սաֆարյան, Վ. Մանասյան**Պարկ-Գորևի ձևափոխությունը որպես Լյապունովի թեորեմի հետևանք**

Հետազոտվում են սինքրոն մեքենայի անցումային գործընթացի մաթեմատիկական մոդելը: Այն իրենից ներկայացնում է ոչ գծային, պարբերական գործակիցներով առաջին կարգի դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգ: Ցույց է տրվում, որ Պարկ-Գորևյան ձևափոխությունը, որը թույլ է տալիս ձևափոխել պարբերական գործակիցներով դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգը հաստատուն գործակիցներով համակարգի, Լյապունովի թեորեմի հետևանքն է: Նշված ձևափոխությունը, որը թույլ է տալիս գործ ունենալ հաստատուն գործակիցներով ոչ գծային դիֆերենցիալ հավասարումների հետ, հեշտացնում է թվային մեթոդների կիրառմամբ ոչ գծային դիֆերենցիալ հավասարումների լուծման խտրացիոն գործընթացը:

V. Safaryan, V. Manasyan**Park-Gorev's Transformation as a Consequence of Lyapunov's Theorem**

Mathematical model of the synchronous machine's transitional process, which presents first order no linear system of differential equation with periodical coefficient, is researched in the article.

It is shown that Park-Gorev's transformation, which allows to transform the system of differential equation with periodical coefficient to the system of differential equation with constant coefficients, is the consequence of Lyapunov's theorem. This transformation dealing with non-linear differential equation with constant coefficients, facilitates the iterative process of solving non-linear differential equations using numerical methods.

Исследуется математическая модель переходного процесса синхронной машины, которая из себя представляет нелинейную систему дифференциальных уравнений первого порядка с периодическими коэффициентами. Показано, что преобразование Парка-Горева, которая позволяет преобразовать систему дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами в систему дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, является следствием теоремы Ляпунава. Данное преобразование, которое позволяет иметь дело с нелинейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, облегчает итерационный процесс решения нелинейных дифференциальных уравнений с применением численных методов.

Математическая модель переходного процесса электрических машин выражается неавтономной системой нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, решение которой возможно лишь численными методами. Математическая модель электромагнитного переходного процесса (процесс движение машины с заданной скоростью) выражается системой линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами. Преобразование Парка-Горева позволяет математическую модель переходного процесса электрических машин представить автономной системой нелинейных дифференциальных уравнений [1].

Существует утверждение, что теория машин с двухфазным преобразованием является неудобным и даже теоретически некорректным, а также отсутствует надежной и удобной теоретической базы [2, 3, 4].

В данной работе показано, что преобразование Парка-Горева является следствием теоремы Ляпунова [5, 6], т. е. оно корректно и эквивалентно.

Согласно определению [5, 6], системы линейных дифференциальных уравнений с периодическими матрицами A и B того же периода τ

$$\dot{x} = A \cdot x, \quad (1)$$

$$\dot{y} = B \cdot y, \quad (2)$$

называются эквивалентными, если существует линейное преобразование

$$y = S \cdot x \quad (3)$$

с периодической матрицей S периода τ , переводящее уравнение (1) в уравнение (2).

Уравнения (1) и (2) эквивалентны тогда и только тогда, когда

$$B = [I + S \cdot A \cdot S^{-1}] \quad (4)$$

Согласно теореме Ляпунова [5], для линейной системы с периодическими коэффициентами (1) существует такое преобразование (3), которое переводит уравнение (1) в уравнение

$$\dot{y} = C \cdot y \quad (5)$$

с постоянными коэффициентами.

Покажем, что преобразование Парка-Горева является следствием теоремы Ляпунова.

Рассмотрим выражение потокосцеплений обмоток фаз статора и ротора неявнополюсной синхронной машины (СМ) [1]:

$$\begin{cases} \psi_A = L \cdot i_A + L_m i_r \cos \alpha, \\ \psi_B = L \cdot i_B + L_m i_r \cos(\alpha - 120^\circ), \\ \psi_C = L \cdot i_C + L_m i_r \cos(\alpha + 120^\circ), \\ \psi_r = \ell i_r + L_m [i_A \cos \alpha + i_B \cos(\alpha - 120^\circ) + i_C \cos(\alpha + 120^\circ)] \end{cases} \quad (6)$$

где L - индуктивность обмотки статора (ротора), M - взаимная индуктивность между обмоток фаз статора, L_m - взаимная индуктивность между обмотками фаз статора и ротора при их параллельном расположении, α - угол между неподвижной осью и осью обмотки ротора:

$$\alpha = \omega t + \gamma, \quad (7)$$

где ω - угловая скорость вращения ротора.

Представим (6) в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \\ \psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L - L & 0 & 0 & L_m \cos \alpha \\ 0 & L - L & 0 & L_m \cos(\alpha - 120^\circ) \\ 0 & 0 & L - L & L_m \cos(\alpha + 120^\circ) \\ L_m \cos \alpha & L_m \cos(\alpha - 120^\circ) & L_m \cos(\alpha + 120^\circ) & \ell \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_r \end{bmatrix} \quad (8)$$

или в краткой форме записи:

$$\psi = A \cdot i. \quad (9)$$

Поскольку $|A_s| = L_s - L_m \neq 0$, то из системы уравнений (9) вектор тока i однозначно выражается через вектор потокосцепления.

Воспользуемся известными соотношениями [1]:

$$U_s = R_s i_s + d\psi_s / dt, \quad s = A, B, C,$$

$$U_r = i_r + d\psi_r / dt,$$

(10)

где R – активное сопротивление обмоток фаз статора (ротора). Исключая из системы уравнений (10) вектор тока, получим математическую модель электромагнитных переходных процессов СМ относительно потокосцеплений:

$$\frac{d}{dt} \psi = -A \psi - J, \quad (11)$$

где U – вектор мгновенных напряжений приложенных к фазам статора и постоянный эдс возбуждения, R – диагональная матрица активных сопротивлений.

Переходим от системы (11) к ей эквивалентной, используя преобразование

$$\psi = T \psi',$$

(12)

$$T = \begin{bmatrix} 1 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 1 & \cos(\alpha - 120^\circ) & \sin(\alpha - 120^\circ) & 0 \\ 1 & \cos(\alpha + 120^\circ) & \sin(\alpha + 120^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T^{-1} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ \cos \alpha & \cos(\alpha - 120^\circ) & \cos(\alpha + 120^\circ) & 0 \\ \sin \alpha & \sin(\alpha - 120^\circ) & \sin(\alpha + 120^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3/2 \end{bmatrix}$$

Выполняя преобразование (12), система (11) примет вид:

$$\frac{d\psi'}{dt} = T \left(-RA^{-1}T \right) \psi' + T U.$$

(13)

Покажем, что элементы матрицы $T^{-1} \left(-RA^{-1}T \right) \frac{d}{dt} T$ постоянны.

$$C = T^{-1} \cdot \frac{d}{dt} T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega & 0 \\ 0 & -\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Вместо матрицы $B = T^{-1}RA^{-1}T$ рассмотрим обратную ей матрицу $B^{-1} = T^{-1}AT^{-1}$.

Выполняя вышеуказанные операции, учитывая, что $R^{-1}T = T^{-1}$ (исходя из структуры матриц R и T) для матрицы B^{-1} получим:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 & L_m \\ 0 & 0 & L & 0 \\ 0 & 1.5L_m & 0 & \ell \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 \\ R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r \end{bmatrix},$$

или же

$$B = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} La & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L^2 \ell & 0 & -L^2 L_m \\ 0 & 0 & La & 0 \\ 0 & -1.5 L^2 L_m & 0 & L^3 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где $\Delta = L^2 \ell - 1.5 L_m^2 = L^2 a$.

Таким образом, уравнение электромагнитных переходных процессов в новой системе координат примут вид

$$\frac{d\psi'}{dt} = -\mathbf{B} \psi' + \mathbf{J}', \quad (15)$$

где элементы матриц $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$ постоянны, $\psi' = \psi_0, \psi_d, \psi_q, \psi_r$, $U' = (U_0, U_d, U_q, e_r)$, $i' = (i_0, i_d, i_q, i_r)$.

В развернутом виде (15) примет вид:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \psi_0 = -\frac{R}{\Delta} La \psi_0 U_0, \\ \frac{d}{dt} \psi_d = -\frac{R}{\Delta} L^2 \ell \psi_d - \omega \psi_q + \frac{R}{\Delta} L^2 L_m \psi_r + U_d, \\ \frac{d}{dt} \psi_q = \omega \psi_d - \frac{R}{\Delta} \ell \left(L \ell - \frac{3}{2} L_m^2 \right) \psi_q + U_q, \\ \frac{d}{dt} \psi_r = \frac{3}{2} \frac{L^2}{\Delta} L_m r \psi_d - \frac{L^3}{\Delta} r \psi_r + e_r. \end{cases} \quad (16)$$

Представим математическую модель электромагнитных переходных процессов СМ относительно токов. Воспользуясь (9) и (12), имеем

$$\psi' = \Gamma^{-1} A \Gamma i', \quad (17)$$

$$\text{где } D = \Gamma^{-1} A \Gamma = \begin{bmatrix} L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 & L_m \\ 0 & 0 & L & 0 \\ 0 & 1.5 L_m & 0 & \ell \end{bmatrix}.$$

Подставляя (17) в систему (15), получим:

$$D \frac{di'}{dt} = -\mathbf{B} D i' + \mathbf{J}'. \quad (18)$$

С учетом соотношения $\mathbf{B} = \omega D^{-1}$, (18) примет вид

$$D \frac{di'}{dt} = -\mathbf{I} + \omega D i' + \mathbf{J}', \quad (19)$$

$$\text{где } CD = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega L & 0 \\ 0 & -\omega L & 0 & -\omega L_m \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

В развернутой форме (19) примет вид:

$$\begin{cases} L \frac{di_0}{dt} = -Ri_0 + U_0, \\ L \frac{di_d}{dt} + L_m \frac{di_r}{dt} = -Ri_d - \omega L i_q + U_d, \\ L \frac{di_q}{dt} = -Ri_q + \omega L i_d + \omega L_m i_r + U_q, \\ \frac{3}{2} L_m \frac{di_d}{dt} + \ell \frac{di_r}{dt} = -ri_r + e_r. \end{cases} \quad (20)$$

Системы дифференциальных уравнений (16), (20) представляют математическую модель электромагнитных переходных процессов СМ относительно потокоцеплений и токов.

Накопленная в обмотках фаз статора и ротора мгновенная электромагнитная энергия определяется выражением [1]

$$W_{\vartheta} = 1.5 \sum_{k=A, B, C, r} i_k^2 = 1.5 \psi^2, \quad k = A, B, C, r, \quad (21)$$

а электромагнитный момент [1]

$$M_{\vartheta} = \frac{dW_{\vartheta}}{d\alpha}. \quad (22)$$

Воспользуясь соотношением (6), для электромагнитной энергии и момента получим:

$$\begin{aligned} W_{\vartheta} &= 1.5L \left(i_A^2 + i_B^2 + i_C^2 \right) + 1.5\ell i_r^2 + 3i_m i_r \left[i_A \cos \alpha + i_B \cos(\alpha - 20^\circ) + i_C \cos(\alpha + 20^\circ) \right], \\ M_{\vartheta} &= -3i_m i_r \left[i_A \sin \alpha + i_B \sin(\alpha - 20^\circ) + i_C \sin(\alpha + 20^\circ) \right]. \end{aligned}$$

Выражая M_{ϑ} через вектор i' , получим

$$\begin{aligned} M_{\vartheta} &= -3i_m i_r \left[i_A \sin \alpha + i_B \sin(\alpha - 20^\circ) + i_C \sin(\alpha + 20^\circ) \right] \\ &= -\frac{3}{2} L_m i_r i_q. \end{aligned} \quad (23)$$

Выразим электромагнитный момент через вектор потокоцепления ψ' . Воспользуясь соотношениями (17), имеем:

$$i' = D^{-1} \psi', \quad (24)$$

где $D^{-1} = \Gamma^{-1} A^{-1} T$ (14). В развернутом виде (24) примет следующую форму.

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} La & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L^2 \ell & 0 & -L^2 L_m \\ 0 & 0 & La & 0 \\ 0 & -1.5L^2 L_m & 0 & L^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_0 \\ \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_r \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Из системы (25) для i_q и i_r имеем:

$$\begin{cases} i_q = \frac{1}{L} \Psi_q, \\ i_r = \frac{1}{\Delta} \left(-\frac{3}{2} L^2 L_m \Psi_d + L^3 \Psi_r \right). \end{cases} \quad (26)$$

Подставляя значения i_q , i_r из (26) в (23), для M_{ϑ} получим:

$$M_{\vartheta} = -1.5 L_m L \Psi_q + 1.5 L_m \Psi_d + L \Psi_r \Delta. \quad (27)$$

Дополняя системы уравнений (16), (20) уравнением Даламбера [1]

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{\omega} + M, \quad (28)$$

где J – момент инерции вращающихся масс, M – механический момент на валу ротора, получим полную систему дифференциальных уравнений переходного процесса СМ.

Литература

1. Горев А.А., Переходные процессы синхронной машины, Л., Наука, 1985.
2. Попов А.Н. Сайфутдинов В.Б., Об особенностях частотного управления асинхронным двигателем в тяговом электроприводе, Электрика, 2004, № 6, с. 14-18.
3. Ямамура С., Спирально-векторная теория электрических машин переменного тока, Электротехника 1996, № 10.
4. Ямамура С., Спирально-векторная теория электрических цепей и машин переменного тока, Части 1 и 2. СПб.: МЦЭН и Т, 1993.
5. Гантмахер Ф.Р., Теория матриц, М., Наука, 1966.
6. Понтрягин Л.С., Обыкновенные дифференциальные уравнения, М., Наука, 1974.

Сведение об авторе:

Виталий Сафарян - доктор технических наук, заведующий лабораторией электроэнергетики ЗАО “Научно-исследовательский институт энергетики”, г. Ереван, Армения

E-mail: E-mail: liliasafar@rambler.ru

Володя Манасян - доцент кафедры прикладной математики и информатики АрГУ

E-mail: manasyan1949@mail.ru

Статья рекомендована к печати членом редакционной коллегии, д.ф.-м.н. Хачатряном.

ՀՏԴ 681/3

Ինֆորմատիկա

ՀԵՌԱՀԱՂՈՐԴԱԿՑԱԿԱՆ ԿԵՆՏՐՈՆՆԵՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ՏԵՂԱԴՐՄԱՆ ԽՆԴԻՐ Վազգեն ԱՌՍՏԱՄՅԱՆ

Բանալի բառեր. Բազմաչափ օպտիմալացում, դիսկրետ օպտիմիզացիա, ծրագրում, հեռահաղորդակցական կենտրոններ, գրաֆ, մատրից, օպտիմալ լուծում, ֆունկցիա, ալգորիթմ:

Ключевые слова. Многомерная оптимизация, дискретная оптимизация, планирование, телекоммуникационные центры, граф, матрица, оптимальное решение, функция, алгоритм.

Key words. Multivariate optimization, discrete optimization, planning, telecommunication centers, graph, matrix, the optimal solution, function, algorithm

В. Арустамян

Задача оптимального размещения центров телекоммуникаций

Рассматривается задача оптимального размещения центров телекоммуникаций. Представлена ее математическая модель в виде двухкритериальной задачи поиска доминирующего множества в графе. Анализируются свойства модели и методы ее решения. Приводятся результаты вычислительного эксперимента для Аскеранского и Мартакертского районов.

V. Arustamyan

The Problem of Optimal Location of Telecommunication Centres

The problem of optimal location of telecommunication centres is considered. Its mathematical model in the form of a two-criteria search problem of dominating set in the graph is represented. The properties of the model and methods for its solution are analyzed. The results of the computational experiments for Askeran and Martakert regions are introduced.

Աշխատանքում դիտարկվում է հեռահաղորդակցական կենտրոնների օպտիմալ տեղադրման հարցը: Տրված է կենտրոնի տեղադրման մաթեմատիկական մոդելը՝ որպես նրկու հայտանիշով գրաֆում դոմինացվող բազմության որոնման խնդիր: Վերլուծվում է մոդելի և մեթոդի լուծման հայտանիշը: Դիտարկված են փորձնական տվյալներ, որոնք կատարվել են Ասկերանի և Մարտակերտի շրջաններում:

Շրջանների տնտեսական զարգացման գործում կարևոր դերակատարություն ունեն հեռահաղորդակցական տեխնոլոգիաները: Հարցի հրատապ լուծման համար անհրաժեշտ է օպտիմալ կերպով լուծել տարածաշրջանում կենտրոնների տեղադրման հարցը:

Խնդրի լուծման համար անհրաժեշտ է ստեղծել ամբողջաթիվ գծային ծրագրման մոդել:

1. Խնդրի դրվածքը.

Թող $P_1, \dots, P_n$ ծառայություն մատուցող հեռահաղորդակցման կենտրոնների բազմություններն են, c_j -ն՝ P_j կենտրոնի կառուցման գինն է ($j=\overline{1, n}$): Կենտրոնների հեռավորություններն է $d_{ij}=d(P_i, P_j)$: Թող տված է d -ն, որը նրկու կենտրոնների մեծագույն հեռավորությունն է: Կենտրոնների ստեղծումը թույլատրելի է, եթե կարելի է սպասարկել առնվազն մեկ կենտրոնից: Անհրաժեշտ է գտնել հեռահաղորդակցման կենտրոնի այնպիսի տեղադրում, որպեսզի ծախսը լինի փոքրագույնը:

Կենտրոնների տեղադրման արդյունավետության որոշման համար դիտարկենք m -հատ տեխնիկական և սոցիալ-տնտեսական գործոններ: S_k^j -ով ($k=\overline{1, m}$) նշանակենք այդ գործոնների նշանակությունը P_j ($j=\overline{1, n}$) կենտրոնների համար: Այստեղ պետք է հաշվի առնել բնակչության քանակը, գործարքի մեծության չափը, օգտագործողների քանակը տվյալ տարածքում, ինչպես նաև տվյալ տարածքում ապրող ուսանողների և աշակերտների քանակը [6]:

Թող u_k^j ($k=\overline{1, m}, j=\overline{1, n}$) տվյալ կենտրոնի կշռային գործակիցն է, որը մատնանշում է k գործոնի կարևորությունը ըստ j կենտրոնի: P_j կենտրոնի տեղադրման արդյունավետությունը կարելի է հաշվարկել այսպես.

$$u_j = \sum_{k=1}^m \omega_k^j S_k^j:$$

ω_k^j -ն հանդիսանում է որոշում ընդունող անձ կամ էքսպերտների խումբ:

Ըստ d_{ij} -հեռավորության և d թվի կառուցենք $G = (V, E)$ գրաֆ, որն ունի $V = \{P_1 \dots P_n\}$ գագաթների և $E \subseteq \{(P_i P_j)(i, j = \overline{1, n}, i \neq j)\}$ կողերի բազմություն:

$(P_i P_j)$ կողը պատկանում է E բազմությանը, եթե $d_{ij} \leq d$: Թող A մատրիցը G գրաֆի գագաթների հարակից մատրիցն է:

Ենթադրենք $a_{ii} = 1; i = \overline{1, n}$: Այդ դեպքում ելակետային խնդիրը կարելի է դիտարկել որպես երկու հայտանիշով գրաֆում դոմինացվող բազմության որոնման խնդիր:

Մոծենք բուլյան փոփոխականներ,

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{եթե հեռահաղորդման կենտրոնը գտնվում է } P_j \text{ կետում;} \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}.$$

Երկրորդ չափանիշի համար կատարենք մաքսիմիզացիայից անցում մինիմիզացիայի և կառուցենք մաթեմատիկական մոդել ամբողջաթիվ գծային ծրագրման խնդրի տեսքով.

$$F_1(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min \quad (1)$$

$$F_2(x) = -\sum_{j=1}^n u_j x_j \rightarrow \min \quad (2)$$

որը բավարարվում է հետևյալ պայմաններին

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, i = \overline{1, n} \quad (3)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, j = \overline{1, n} \quad (4)$$

Այնուհետև կենթադրենք, որ $c_j > 0, u_j > 0, j = \overline{1, n}$:

2. Մոդելի վերլուծությունը.

Դիտարկենք դիսկրետ օպտիմալացման բազմաչափ խնդիրը

$$F(x) = (F_1(x), \dots, F_m(x)) \rightarrow \min \\ x \in X$$

որտեղ X -ը վերջավոր բազմություն է:

$\tilde{X}$ -ով նշանակենք լավագույն լուծման բազմությունների քանակը, իսկ X^0 -ով բոլոր հնարավոր ելքերը [4], ենթաբազմությունների համար $X^0 \subseteq \tilde{X}$ և $F(X^0) = F(\tilde{X})$, որտեղ $F(X') = \{F(X) | X \in X'\}$:

Դիսկրետ օպտիմալացման համար գոյություն ունի հետևյալը.

$$A_x\text{-ի համար գոյություն ունի այնպիսի } F(x) \text{ վեկտոր-ֆունկցիա, որի համար տեղի ունի} \\ X^0 = \tilde{X} = X \quad (5)$$

հավասարությունը:

[1-4]-ում հետազոտվել են բազմաչափ դիսկրետ խնդիրներն ու օգտագործվել են այն չափանիշները, որոնք հնարավոր չէ լուծել գծային ծրագրման օգնությամբ: Որպես նման խնդիր, որոնց համար չի կարելի ստանալ Պարետո-օպտիմալի բոլոր էլեմենտները, հանդիսանում են (1) և (2) նպատակային ֆունկցիաները, երբ $n \geq 3, C_j = 2^{j-1}, U_j = 3^{j-1}, j = \overline{1, n}$ և ունի (4) սահմանափակություն և

$$\sum_{j=1}^n X_j \geq 1 \quad (6)$$

Դրա համար ցանկացած n զրոյական X կետ հանդիսանում է Պարետո-օպտիմալ լուծում:

Ընդհանուր դեպքում $x' = (1, 0, \dots, 0, 1)$ կետը չի կարող լինել օպտիմալ լուծում $F^\lambda = \sum_{j=1}^n (\lambda C_j - (1 - \lambda) u_j) X_j$ ֆունկցիայի մինիմիզացիայի խնդրի համար, երբ գոյություն ունի (4) և (6) սահմանափակումներ և $\lambda \in [0, 1]$:

Խնդրի լուծման մեթոդները.

Խնդրի լավագույն լուծման համար օգտվում ենք ուղղագրական մինիմումի խնդրից [2, 3]:

$F(X) = (F_1(x), \dots, F_m(x))$ վեկտոր-ֆունկցիայի Պարետո-օպտիմալ լուծում x^* անվանում են ուղղագրական մինիմում, եթե $(x^*) = \text{Lexmin}\{F(x) | x \in \tilde{X}\} : (1)-(4)$ խնդրի համար $F(x) = (F_2, F_1)$

վեկտոր-ֆունկցիային համապատասխանում է միակ Lexmin , այսինքն ունի միակ լուծում $(1, 1, \dots, 1)$: Գործնական տեսակետից առավել հետաքրքիր է այն Lexmin -ը, որտեղ $F(x) = (F_1, F_2)$: Քննարկենք դրա ստացման եղանակը.

1. Գծային փաթեթման չափորոշիչների ալգորիթմը

Այստեղ կատարվում է անցում բազմաչափ լուծումից միաչափ լուծման:

Ցանկացած բազմաչափորոշ խնդրի լուծման համար, որտեղ կան 2 և ավելի չափորոշիչներ, խնդրի լուծումն իրականացվում է գծային փաթեթման ալգորիթմի օգնությամբ [2,3]: (1)-(4) խնդրի լուծման գծային փաթեթման գործակիցները կարելի է որոշել ըստ [3] – ի հետևյալ կերպ՝

$$\lambda_1 = \frac{a+1}{a+2}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{a+2},$$

որտեղ $\alpha = \sum_j^n u_j - [\tilde{u}_0] + 1$:

Այստեղ $[\tilde{u}_0]$ -ն նպատակային ֆունկցիայի օպտիմալ նշանակությունն է գծային ծրագրման համար և

$$\sum_{j=1}^n u_j x_j \rightarrow \min$$

ըստ (3) պայմանների և $0 \leq x_j \leq 1, j = \overline{1, n}$:

2. Հաջորդական օպտիմալացման մեթոդը

Նման մոտեցման դեպքում կատարվում է անցում բազմաչափ խնդրից միաչափ խնդրին և ուղղագրական մինիմում խնդրի փնտրումը (1)-(4) մեթոդով հաջորդական օպտիմալացման միջոցով գրառենք հիբրիդային ալգորիթմի օգնությամբ, որը նախատեսված է ծածկույթի համար [5]:

Այդ խնդրի հիմնական գաղափարը դիտարկվող էլեմենտների L –դասի մեջ է, որի համար ամբողջական ֆունկցիան չի գերազանցում $p-1$ (p -ն ամբողջական ֆունկցիայի ընթացիկ ռեկորդն է): L –դասի հաջորդ էլեմենտի որոնումը կատարվում է գծային ծրագրման խնդրի հաջորդական լուծման ընթացքում:(1)-(4) խնդիրների լուծումը կարելի է կատարել 2 փուլով:

Առաջին փուլում խնդիրը լուծվում է (1), (3),(4) ծածկույթների ալգորիթմների համար [5]: x^* –ով նշանակենք նրա օպտիմալ լուծումը և ընդունենք, որ $c_0^* = F_1(x^*)$:

Երկրորդ փուլում նախատեսվում է լուծել (2)-(4) խնդիրները, որոնք լուծվում են լրացուցիչ սահմանափակումների օգնությամբ

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j = c_0^* \quad (7)$$

Նշենք, որ (2),(4),(7) խնդիրներն արդյունավետ կերպով իրենց լուծումն են ստանում L -դասի ալգորիթմների օգնությամբ, քանի որ այդ դեպքում ստանում ենք գծային խնդրի անալիտիկ լուծումը: Դրա համար (2), (4), (7) խնդիրների ընթացիկ թույլատրելի կետը պետք է վերցնենք հետևյալ կերպ:

Ավելի x^* կետից, լուծենք L -դասի խնդիր (2), (4) և (7) համար: x' –ով նշանակենք ալգորիթմով ստացված ամբողջաթիվ արժեքը: Եթե x' –ը բավարարում է (3) սահմանափակությանը, ապա x' –ը կլինի (2)-(4), (7) սահմանափակումների խնդիրների թույլատրելի լուծումը, հակառակ դեպքում պետք է անցում կատարել L -բաշխման հաջորդ էլեմենտին:

Հաջորդ տարածված մեթոդը, որը նախատեսված է բազմագործոն խնդիրների լուծման համար, հանդիսանում է **ցանցային մեթոդը**: Այստեղ կարելի է երկչափանի (1)-(4) խնդրից անցնել միաչափ P_1 –խնդրին

$$F_1(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min,$$

որն ունի (3),(4) սահմանափակություն և

$$\sum_{j=1}^n u_j x_j \geq u_0,$$

կամ էլ P_2 խնդրին

$$F_2(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max,$$

(3),(4) սահմանափակությունների դեպքում և

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \leq c_0$$

Ֆիքսելով u_0 -պարամետրի նշանակումը, կարելի է ստանալ թույլատրելի լուծումների բազմություն, ինչպես նաև ստանալ ընթացիկ խնդրի Պարետո-օպտիմալ լուծումը: Այստեղ u_0 -ն արդյունավետ տեղաբաշխման թույլատրելի մակարդակն է, իսկ c_0 -ն հումքի ծավալն է՝ նախատեսված հեռահաղորդման կենտրոնների ստեղծման համար: Նշենք նաև, որ եթե $c_j = 1, j = \overline{1, n}$, ապա P_2 խնդրի օպտիմալ լուծումը կհանդիսանա Պարետո-օպտիմալ (1)-(4) համար: Կամայական c_j -ի համար Պարետո-օպտիմալ լուծման համար պետք է լրացուցիչ լուծել P_1 տեսքի խնդրի u_0 պարամետրով, որը հավասար է P_2 խնդրի օպտիմալ արժեքին:

Փորձագիտական արդյունքները.

Մեր կողմից կատարվել է հեռահաղորդակցական կենտրոնների տեղադրման հարցի դիտարկումը Ասկերանի և Մարտակերտի շրջաններում: Հաշվարկների համար օգտագործվել են տարածաշրջանների տեղագրական քարտեզները: Վ-ի արժեքի հաշվման համար ընտրվել 20-ից մինչև 50 կմ միջակայքը ($mind_{ij} = 20, maxd_{ij} = 50$): Փորձագիտական արդյունքների ընթացքում որպես արդյունավետության չափանիշ ընտրվել է օգտվողների քանակը տվյալ հեռահաղորդակցական կենտրոններում (հաշվի առնելով ուսանողների և աշակերտների քանակը): c_j -ի արժեքի հաշվման համար ընտրվել է երկու տարբերակ.

1. եթե $c_j = 1$, ապա հեռահաղորդակցական կենտրոնը համապատասխանում է նախատեսված պահանջներին,

2. c_j - ն հաշվարկվում է որպես ուռուցիկ ֆունկցիա՝ կախված օգտագործողներից, $j = \overline{1, n}$:

Խնդրի լուծման համար օգտագործվել են տարբեր ծրագրային փաթեթներ (MathCad, MatLab):

Խնդիր՝ կենտրոնի օպտիմալ վայր ընտրելը.

Նախ ներմուծենք մի քանի սկզբնական տվյալներ.

$ORIGIN := 1,$

Գյուղերի քանակը՝ $n:=20$:

X և Y կոորդինատները ներմուծենք առանձին-առանձին: Նախ ներմուծենք արագիս: Դրա համար ընտրենք $Insert Function \rightarrow Random Numbers \rightarrow runif(m, a, b)$ ֆունկցիան (այն m պատահական թվերից ընտրում է $a - b$ միջակայքին պատկանող վեկտորը): Տվյալ դեպքում ֆունկցիայի արգումենտում կգրենք n թվերի քանակը և միջակայքը՝ $0 - 100$:

$X := runif (n, 0, 100):$

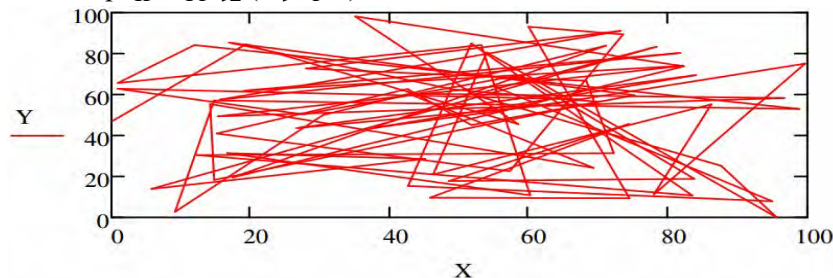
Նույն ձևով ներմուծենք նաև օրդինատը.

$Y := runif (n, 0, 100):$

Այնուհետև կարող ենք կառուցել ֆունկցիայի գրաֆիկը: Դրա համար ընտրենք՝

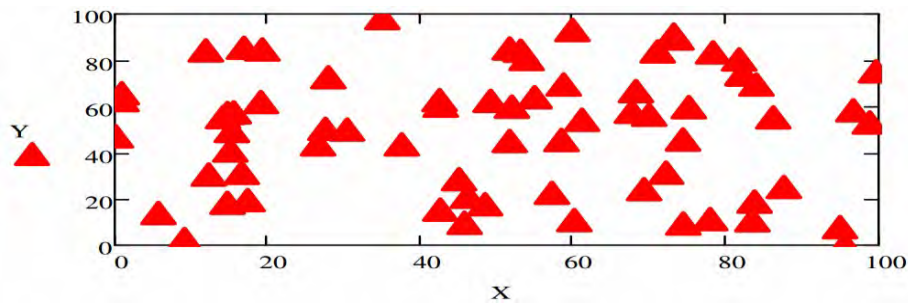
$Graph Toolbar \rightarrow X - Y Plot \rightarrow OX - X$ և $OY - Y$:

Արդյունքում կստանանք գրաֆիկը (նկար 1):



Նկար 1.

Գրաֆիկը ավելի հասկանալի լինելու համար փոփոխենք այն և դարձնենք կետային, դրա համար ընտրենք՝ մենյու $\rightarrow Format... \rightarrow Traces \rightarrow Type-points \rightarrow Symbol-նշանկյան նշանը \rightarrow Symbol weight - 5 \rightarrow OK$ (նկար 2):



Նկար 2.

Ստացված նկարում եռանկյուններով պատկերված են բարձունքները և անհրաժեշտ է գտնել կենտրոնի համար ամենահարմար վայրը, որը լինի փոքրագույն հեռավորության վրա:

Խնդրի լուծման համար կա երկու տարբերակ.

1-ին եղանակ - կենտրոն, որը կկառուցվի գյուղերից որևէ մեկին մոտիկ տեղում (այդպես ծախսերը ավելի քիչ կլինեն):

Նախ դիտարկենք առաջին եղանակը: Դրա համար. i -ին վերագրենք $1..n$ արժեքները:

$$i := 1..n,$$

i -ին վերագրենք այն համարը, որը գտնվում է մյուսներից փոքրագույն հեռավորության վրա: Դրա համար ընտրենք *match* ֆունկցիան՝ *Insert Function* $\rightarrow$ *All* $\rightarrow$ *match* :

$$i := \text{match}(\text{MinL}, L):$$

Փորձենք հաշվել i -ն, կատանաք. $i = (20)$:

Անհրաժեշտ է վերը նշված ֆունկցիայի վերջում որպես ինդեքս (ձախ քառակուսային փակագծի միջոցով) ավելացնել 1, այսինքն՝ առաջին էլեմենտը: Այս դեպքում արդեն արդյունքը կհաշվվի առանց փակագծերի:

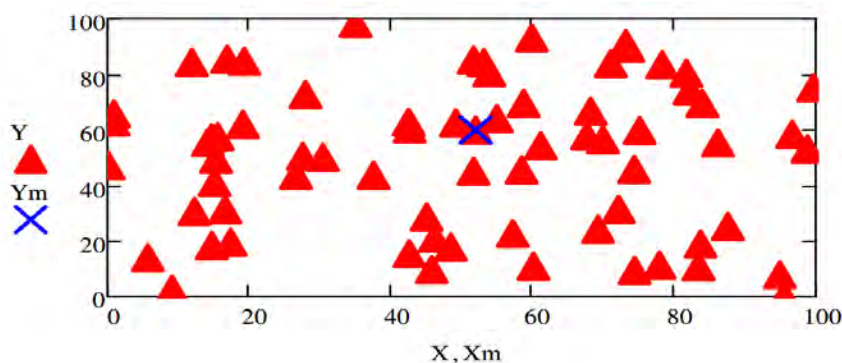
$$i := \text{match}(\text{MinL}, L)_1 \quad i = 20:$$

Գյուղերի կոորդինատներին վերագրենք հետևյալ արժեքները՝

$$Xm := X_i, \quad Ym := Y_i:$$

Այսքանից հետո գյուղը ևս կարող ենք պատկերել գրաֆիկի վրա, դրա համար կոորդինատային առանցքներում ավելացնենք՝ $OX - Xm$, իսկ $OY - Ym$: Եվ որպեսզի այն նկատելի լինի, կատարենք հետևյալ փոփոխությունները.

մենյու $\rightarrow$ *Format* $\rightarrow$ *Traces* $\rightarrow$ *Type - points* (2-րդ տող) $\rightarrow$ *Symbol* -խաչի նշանը $\rightarrow$ *Symbol weight-5* և OK (նկար 3):



Նկար 3.

Այսպիսով գտանք այն կետը, որի տեղում կառուցելը կլինի առաջարկվող տարբերակներից ամենաանպատակահարմարը:

Այժմ դիտարկենք 2-րդ եղանակը.

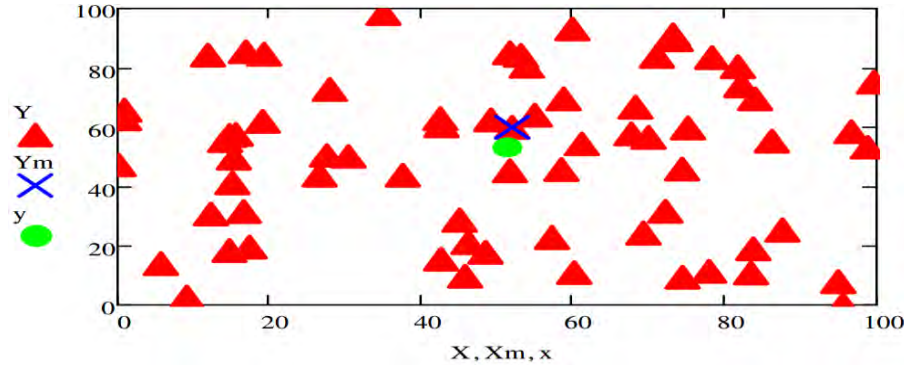
Որպես սկզբնական մոտեցում՝ նոր կառուցվող կենտրոնի x արժեքիսին վերագրենք Xm , իսկ y օրդինատին՝ Ym արժեքները:

$$x := Xm, \quad y := Ym:$$

Այնուհետև տեղադրենք 2 տողից և 1 սյունից բաղկացած վեկտոր և նրան վերագրենք հետևյալ ֆունկցիան. (*Insert Function – All – Minimize*):

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := \text{Minimize}(L2, x, y) :$$

Այս նդանակով ծրագիրը կհաշվի հեռավորությունը: Որպեսզի այն նույնպես տեսնենք գրաֆիկում, կորորդինատային առանցքների վրա ավելացնենք՝ $OX - x$ և $OY - y$ (նկար 4):



Նկար 4.

Այսպիսով գտանք նաև առանձին կենտրոն կառուցելու համար ամենահարմար վայրը [7]:

Լատարված հեռագոտությունները ցույց են տվել, որ առաջարկված մոդելը կարելի է օգտագործել հեռահաղորդակցական կենտրոնների տեղադրման ժամանակ:

Գրականություն

1. В.А.Емеличев, М.К.Кравцов, О неразрешимости векторных задач дискретной оптимизации на подмножествах в классе алгоритмов линейной свертки критериев-ДАН.Математика, 1994, Т.334, 1, с. 9-11.
2. В.А.Емеличев, М.К.Кравцов, О.А.Янушкевич, Лексикографические оптимумы многокритериальной задач дискретной оптимизации, Математические заметки, 1995, Т.58, Вып. 3, с. 365-371
3. В.В. Подиновский, В.М. Гаврилов, Оптимизация по последовательно применяемым критериям. Москва: Советское радио, 1975, 192 с.
4. В.А. Перепелица, Многокритериальные задачи теории графов. Алгоритмический подход. Киев: УМК ВШ ЗГУ, 1989, 67 с.
5. A.V.Eremeev, A.A. Kolokolov, I.A. Zaozerskaya, A hybrid algorithm for set covering. Proc. of International Workshop on Discrete Optimization Methods Design, Minsk, 2000, pp.123-129.
6. E. Kitrinou, A.A. Kolokolov, I.A. Zaozerskaya, The location choice for telecenters in remote areas. The case of the Aegean islands. Proc. of Second International Workshop on Discrete Optimization Methods in Production and Logistics. Omsk, 2004, pp.61-65.
7. Ս.Ստեփանյան, Ն.Աղաջանյան, «Mathcad 14 ուսումնական ձեռնարկ», Երևան 2007, էջ 89-97:

Տեղեկություններ հեղինակի մասին

Վազգեն Առստամյան – մ.գ.թ. դոցենտ, ԱրՊՀ կիրառական մաթեմատիկայի և ինֆորմատիկայի ամբիոնի վարիչ

E-mail: varustamyan@rambler.ru

Հոդվածը տպագրության է ներառվում խմբագրական կոլեգիայի անդամ, ֆ.-մ. գ.դ. Ա.Մ.Խաչատրյանը

ՀՏԴ 681.3

Բնֆորմատիկա

**ԺԱՄԱՆԱԿԱԿԻՑ ՏԵԼԵԿԱՏՎԱԿԱՆ ԵՎ ՀԱՂՈՐԴԱԿՑԱԿԱՆ
ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՆԵՐԸ ԿՐԹԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ
Ռազմեղա ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ**

*Երբեք մի արա այն, ինչ չգիտես:
Բայց սովորիր այն ամենը, ինչը պետք է իմանալ:
Պյութագորաս*

Բանալի բառեր. տեղեկատվական տեխնոլոգիաներ, ուսումնական միջավայր, ինտերակտիվ գործիքներ, ինքնակրթություն, պրեզենտացիա, գիտելիք, նրկխոսություն, տեղեկատվություն, համացանց:

Ключевые слова: информационные технологии, учебная пространство, интерактивные инструменты, самообразования, презентация, знания, общение, информация, интернет.

Keywords: information technology, the learning environment, interactive tools, further, presentation, knowledge, dialogue, information, internet

Р. Аветисян

Современные информационные и телекоммуникационные технологии в системе образования

Применение новейших технологий даст возможность формированию интерактивной учебной среды взаимодополняющей информацией, выработает новые возможности самообразования и общения в учебном процессе, созданием презентаций и анимаций повысит уровень восприятия важнейших положений, выявит промежуточные теневые нюансы, привлечет с первого взгляда внимание студента к представлениям, и повысит, в конечном счете, результативность обучения.

ИТТ существенно повышает результативность самообразования и дает возможность в случае необходимости предоставить учебный материал в виде презентации.

R. Avetisyan

Modern Informational and Telecommunication Technologies in Educational System.

The use of new technologies will help to create an interactive learning environment by complementary information; will develop new opportunities for independent study and communication in the educational process; by creating animations and presentation will raise the level of understanding of important provisions; will find out the nuances in the shade, from the first sight will hold the student's attention on hidden ideas and, thus, will raise the effectiveness of learning.

ITT significantly increases the effectiveness of self-education and enables to give educational material in the form of presentation.

Նոր տեխնոլոգիաների օգտագործումը հնարավորություն կտա ձևավորելու ինտերակտիվ կրթական միջավայր փոխըմբռնող տեղեկատվությամբ, ուսումնական գործընթացում կմշակվի ինքնուսուցման և հաղորդակցման նոր հնարավորություններ, պրեզենտացիաների և անիմացիաների ստեղծումով կբարձրացվի հանգուցային կարևոր նշանակություն ունեցող դրույթների ընկալման մակարդակը, երևան կհանվեն սովորի մեջ գտնվող նրբությունները, ուսանողի ուշադրությունը կհրավիրվի առաջին հայացքից քողարկված գաղափարների վրա ու կբարձրացվի ուսուցման արդյունավետությունը:

ՀՀ-ի կիրառումն էապես բարձրացնում է ինքնակրթության արդյունավետությունը, հնարավորություն տալիս անհրաժեշտության դեպքում ուսումնասիրվող նյութը ցույց տալ շարժունակ տեսքով:

?րթական քաղաքականության իրականացման գործում տեղեկատվական և հաղորդակցական տեխնոլոգիաների (ՀՀ) կիրառումը նպաստում է կրթության որակի բարձրացմանը: Բավականին երկար ժամանակ դասախոսությունը՝ որպես դասավանդման ավանդական մեթոդ, լայն տարածում ունեցող ձևն է եղել բուհերում, այն դասի ընդհանուր գաղափարը ուսանողներին մատուցելու արդյունավետ տարբերակ էր:

Ժամանակակից պայմաններում դասախոսություններն իրականացվում են տեղեկատվական և հաղորդակցական տեխնոլոգիաների կիրառմամբ, ինչն էլ դասախոսին պարտավորեցնում է անընդհատ հարստացնել իր գիտելիքների պաշարը:

Նոր տեխնոլոգիաների և համացանցի օգտագործումը զգալիորեն ընդլայնում է ուսումնական նյութի որոնման, հաղորդման և յուրացման հնարավորությունները՝ որակական նոր բնույթ հաղորդելով ուսուցման կազմակերպմանը և ապահովելով ինքնակրթության ու շարունակական կրթության լայն հնարավորություն: ՏՀՏ-ն տեխնիկական միջոցների համալսմբություն է՝ տեղեկության կրիչների հետ միասին, որը կիրառվում է ուսումնական կրթական գործընթացում նրա օպտիմալացման նպատակով:

Տեխնոլոգիաների միջոցով հնարավոր է վերացնել այն խոչընդոտները, որոնց հանդիպում են ամբողջ աշխարհում: Հզոր ծրագրերն ու համացանցը փոխում են գիտելիքներ ձեռք բերելու մեր ուղիներն ու հնարավորությունները:

Դասավանդման և ուսուցման նորարարական եղանակները վերափոխում են նաև դաս անցկացնելու գործելակերպը, ավելին, տեխնոլոգիաներն ուսանողներին նոր պահանջներ են ներկայացնում. հիմնական կարողություններից բացի, նրանք պետք է ունենան 21-րդ դարում պահանջվող բոլոր հմտությունները՝ համագործակցության, հաղորդակցման և տեղեկատվական կառավարման կարողություններ, ինչպես նաև նրանց պետք է հասանելի լինեն ուսմանն օժանդակող այն բոլոր միջոցները, որոնք հնարավոր են դարձնում այդ կարողությունների օգտագործումը:

Տեղեկացված հասարակության մեջ գիտելիքի դերի ուժեղացումը, գիտելիքի աստիճանաբար վերաճումը կապիտալի սկզբունքորեն փոխում է ժամանակակից աշխարհի հասարակական կյանքի կառուցվածքում կրթության նշանակությունը [1. էջ 140]:

Խիստ կարևոր է ուսումնական համընդգրկուն միջավայրի ստեղծումը: Տեղեկության աղբյուրն այլևս գրքերն ու դասախոսները չեն, այլ իրական կյանքը: Խմբային աշխատանքի միջոցով ուսանողները հնարավորություն ունեն իրական կյանքին նմանեցված իրավիճակներում որոնելու իրական խնդիրների լուծումներ՝ օգտագործելով տարբեր ձևեր և տարատեսակ եղանակներ:

Ինտերակտիվ գործիքները կարող են ձևափոխել դասավանդման եղանակը տարբեր ուղղություններով: Ահա դրանցից երեքը՝

1. **Պրեզենտացիաներ, դեմոնստրացիաներ և մոդելների ստեղծում:**
2. **Ուսանողների ակտիվ մասնակցությունը:**
3. **Պարապմունքի տեմպի և ընթացքի լավացում:**

Ինտերակտիվ գործիքները արժեքավոր միջոց են ամբողջ լսարանի ուսուցման համար: Դրանք հնարավորություն են տալիս տեղեկատվությունը ներկայացնելու տարբեր մուլտիմեդիա ռեսուրսների միջոցով, դասավանդողները և ուսանողները կարող են մեկնաբանել նյութը և ուսումնասիրել այն առավելագույնս մանրամասնորեն: Դրանք կարող են պարզեցնել խճճված սխեմաների բացատրությունները և օգնել բարդ հարցերի պարզաբանմանը [2. էջ 10-12]:

Ինտերակտիվ գործիքների ճիշտ օգտագործումը կարող է օգնել դասավանդողին հաջողությամբ ստուգելու ուսանողների գիտելիքները, կարգազանի երկխոսությունը և թույլ կտա ավելի լավ ըմբռնել մատուցվող նյութը:

Նախապես պատրաստված տեքստերը, աղյուսակները, դիագրամները, սխեմաները, ինչպես նաև հիպերհղումները մուլտիմեդիա ֆայլերի և ինտերնետ-ռեսուրսների վրա պարապմունքին կհաղորդեն հաճելի տեմպ. դասավանդողն այլևս շատ ժամանակ չի ծախսի գրատախտակի վրա գրառումներ կատարելու համար: Բոլոր ռեսուրսները կարելի է մեկնաբանել հենց էկրանի վրա, պահպանել նյութերը ապագա դասերի համար, իսկ նախորդող պարապմունքների ֆայլերը անհրաժեշտության դեպքում հնարավոր է արագ բացել և կատարել կրկնություն [3. էջ 122-123]:

Ինտերակտիվ գործիքներով ուսուցման համար անհրաժեշտ են հատուկ պայմաններ, որոնք հնարավորություն կտան ուսանողներին համագործակցելու և օգնելու միմյանց: Նրանք կարող են օգտվել մի շարք գործիքներից և տեղեկության աղբյուրներից՝ իրենց խնդիրները լուծելու և նպատակին հասնելու համար:

Խնդիրների լուծման վրա հիմնված ուսուցում: Բացի գիտելիք փոխանցելուց, այս եղանակը նպատակ է հետապնդում զարգացնելու ուսանողի՝ խնդիրներ լուծելու և համագործակցելու

կարողությունները: Խնդիրների լուծման վրա հիմնված ուսուցման դեպքում ուսանողը պետք է ինքնուրույն հետազոտություն իրականացնի, կարողանա ըմբռնել խնդրի էությունը, ինչպես նաև ունենա SS ոլորտում որոշ գիտելիքներ. ուսուցման այս մեթոդի նպատակներից է կարողությունների զարգացումը: Այս դեպքում դասախոսը կատարում է համակարգողի կամ խորհրդատուի դեր: Միաժամանակ նրանք սովորում են, թե ինչպես առավելագույնս արդյունավետ համակարգ են իրենց ուսման գործընթացը:

Այս մեթոդի հիմնական իմաստն այն է, որ ուսանողի կարողություններն օգտագործվում են ոչ թե պատրաստի գիտելիքն ընկալելու, այլ գիտելիք քաղելու նպատակով: Որտեղ այս մեթոդն են կիրառում, հասկանում են, թե ինչպես է ուսուցումը դառնում գիտելիքի որոնման գործընթաց: Ուսանողների մոտ ձևավորվում է քննադատական մտածելակերպ, որն իր հնարավորություն է տալիս ձեռք բերվող տեղեկությունները փոխկապակցելու այն նպատակի հետ, որի իրականացման համար կարող են օգտագործվել այդ տեղեկությունները:

Խնդիրների լուծման վրա հիմնված ուսուցումը նորարարական մեթոդ է, որի հիմնական քայլերն են՝

- ա) առաջադրանքի սահմանումը,
- բ) տեղեկությունների որոնման տարատեսակ ռազմավարությունները,
- գ) տվյալներ և տեղեկություններ ստանալու մատչելիությունը,
- դ) տեղեկությունների օգտագործումը և խնդիրների լուծումը,
- ե) սինթեզը,
- զ) գնահատումը:

Ուսուցման ավանդական տեխնոլոգիաների հիմնական նպատակն է որոշել գիտելիքների այն հանրագումարը, որը բավարար է նրա հետագա կենսագործունեությունն ապահովելու համար: Այդ նպատակի իրականացման համար կիրառվում են ուսուցման խոսքային և գնական մեթոդները: Արդյունքում գնահատվում է ուսումնական նյութի վերարտադրումը սովորողների կողմից:

Ուսուցման այս տեխնոլոգիան ներառարկայական կրթության մեջ ներդնելիս կունենա իր դրական և բացասական կողմերը: Դիտարկենք այդ կողմերը:

Առավելություններն են.

- այն ժամանակային տեսակետից խնայողական է,
- ուսումնական նյութը տրվում է մատչելի, որը նպաստում է ուսանողների ընկալմանն ու յուրացմանը, կիրառելի է գրեթե բոլոր փուլերում,

- այն բավականին լավ է հարմարվում նոր մեթոդների և տեխնոլոգիաների ներմուծմանը:

Թերություններն են.

- այն քիչ է նպաստում սովորողների կողմից ինքնուրույն գիտելիքների ձեռք բերելու կարողությունների ձևավորմանը:

- թույլ է զարգացնում սովորողների մտածողությունն ու ստեղծագործական հնարավորությունները:

- անհատականացված և ուղղված չէ սովորողների բնածին ընդունակությունների զարգացմանը:

Այդ պատճառով դասախոսը ուսուցման ընթացքում ավանդական տեխնոլոգիան կիրառելիս պետք է դիտարկի այս տեխնոլոգիայի դրական և բացասական կողմերը, մշակի այս տեխնոլոգիայի այն կողմերը, որոնք կնպաստեն ուսուցման արդյունավետ կազմակերպմանը: Վերջին ժամանակներս լայն տարածում է ստացել համագործակցության տեխնոլոգիան:

Համագործակցային տեխնոլոգիան ենթադրում է համատեղ գործունեության և կոլեկտիվ հաղորդակցման հիման վրա կազմակերպված ուսուցում: Այդպիսի հաղորդակցման ձևեր կարող են լինել կազմակերպված երկխոսությունը, զուգորդված երկխոսությունը, ուսանողների՝ զույգերով կամ ավելի մեծ խմբով կազմակերպված աշխատանքը:

Այս տեխնոլոգիայի համար հիմք են հանդիսացել ամերիկացի հոգեբան և մանկավարժ Ջոն Դյուրիի, ռուս հոգեբան Լև Վիգոտսկու և շվեյցարացի հոգեբան Ժան Պիաժեի աշխատությունները [4, էջ 30-35]:

Համագործակցային տեխնոլոգիայի կիրառումը կարելի է պայմանականորեն բաժանել 3 հիմնական փուլերի.

1. ուսումնական նյութի նախապատրաստում,
2. ուսանողների նախապատրաստում համատեղ աշխատանքին,
3. բուն ուսումնական աշխատանքի ընթացք:

Մեր կարծիքով սա այն տեխնոլոգիաներից է, որի ներդրումը կրթություն համակարգում կարևոր պայման է, քանի որ կրթության ամբողջ նպատակը ուսանողների ներգրավելն է ուսուցման գործընթացում և, բացի այդ, ինտեգրելը կոլեկտիվում՝ առանց որևէ խտրականության: Իսկ այս տեխնոլոգիան մի միջոց է այս նպատակը իրականացնելու համար, քանի որ, ինչպես նշվեց, այս տեխնոլոգիայի հիմքում ընկած է համագործակցային, կոլեկտիվ աշխատանքի ձևը: Սա մի միջոց է, որով ուսանողները կարող են համատեղ աշխատել մյուս ուսանողների հետ: Ուսումնական նյութի նախապատրաստական փուլում կատարվում է՝

- ուսումնական նյութի ընտրություն, դրա բաժանում տրամաբանական հատվածների,
- լրացուցիչ նյութի ընտրություն,
- թիմային աշխատանքի տեսակի ընտրություն:

Ուսանողների՝ համատեղ աշխատանք կատարելու կարողությունների ձևավորման փուլում կատարվում է.

- ուրիշին լսելու կարողությունների ձևավորում,
- ուրիշի տեսակետի մասին կարծիք արտահայտելու կարողությունների ձևավորում,
- սեփական կարծիք արտահայտելու և այն հիմնավորելու կարողությունների ձևավորում,
- անհրաժեշտ տեղեկություն հայթայթելու կարողությունների ձևավորում,
- մտապատկերը խոսքի միջոցով արտահայտելու և բանավոր խոսքը մտապատկեր դարձնելու կարողությունների ձևավորում,

- վերլուծություն և համադրություն կատարելու կարողությունների ձևավորում,
- եզրահանգումներ կարատելու կարողությունների ձևավորում և այլն:

Բուն ուսումնական աշխատանքի կատարման փուլում կարող է կազմակերպվել.

- փոխադարձ ուսուցում դասախոս-ուսանողներ խաղի տեսքով,
- զույգերով մտքերի փոխանակման, լրացուցիչ տեղեկության որոնման տեսքով,
- յուրացման և որոնողական աշխատանք փոքր և մեծ խմբերով կազմակերպելու միջոցով:

Ուսուցման այս տեխնոլոգիայի կիրառումը նպաստում է.

• ուսուցման արդյունավետության բարձրացմանը. ավելի լավ է յուրացվում և մտապահվում ուսումնական նյութը,

- տրամաբանական մտածողության զարգացմանը,
- խթանում է ուսման բարձր ճանաչողական դրդապատճառների ձևավորումը,
- ինքնուրույն գիտելիքներ ձեռքբերելու կարողությունների ձևավորումն ու զարգացումը,
- ուրիշներին գնահատելու կարողությունների ձևավորումն ու զարգացումը,
- համագործակցային կարողությունների ձևավորումն ու զարգացումը,
- վերլուծելու, համադրելու և ինքնուրույն եզրահանգումներ կատարելու կարողությունների ձևավորումն ու զարգացումը,
- ստեղծագործական կարողությունների ձևավորումն ու զարգացումը [4, էջ 10-15]:

Շատ հաճախ մատուցվող նյութի ակներևության բարձրացմանը կարելի է հասնել՝ օգտագործելով համակարգչային եռաչափ մոդելավորման հնարավորությունները, որի համար կիրառելի են եռաչափ մոդելավորման հնարավորություն ունեցող հետևյալ փաթեթներ, օրինակ՝ ArchiCad, AutoCAD, 3D Studio Max և այլն [5, էջ 10-12]:

Լարելի է օգտագործել MATLAB, MathCAD, Mathematica, MS Excel և այլ փաթեթներ, որոնք իրենց միջավայրում հնարավորություն են տալիս կատարելու հաշվարկներ և արդյունքները դուրս բերելու գրաֆիկական կամ աղյուսակային տեսքով:

Նոր ժամանակները թելադրում են իրենց պահանջները. բուիը պետք է կարողանա միավորել տեխնոլոգիաները, ուսումնական գործընթացը և ուսումնառության բարձր արդյունավետությունը:

Հենց այս հատկանիշների շնորհիվ են ի հայտ գալիս համակարգչային և հեռահաղորդակցական միջոցների դիտակտիկական լայն հնարավորությունն ու դրանց ինտեգրումը ուսումնական գործընթացում:

Ահա թե ինչու ժամանակակից կրթական համակարգում գլխավորը պետք է լինի ոչ թե տեղեկություն յուրացնելը, այլ դրա հետ ակտիվ աշխատելը, որն էլ հենց նշանադրում է ինքնուրույն, քննադատական և ստեղծագործական մտածողություն:

Միայն գիտելիքների և սեփական փորձառության ակտիվ ձեռքբերումը, դրանց կիրառման հիման վրա նորանոր գիտելիքների ինքնուրույն յուրացումը կարող է համապատասխանել ժամանակակից մարդու պահանջմունքներին:

ՏՀՏ-ի կիրառումն էապես բարձրացնում է ինքնակրթության արդյունավետությունը, հնարավորություն տալիս անհրաժեշտության դեպքում ուսումնասիրվող նյութը շարժունակ տեսքով ցույց տալու: Արդյունքն ակնառու է, եթե

- ցուցադրում է թվայնացված սարքավորումների նշանակման և դրանց գործողության հիմնական սկզբունքների ըմբռնումը:

- ճիշտ է գործածում թվայնացված սարքավորումների հետ փոխազդեցության և մուտքի ու ելքի միջոցները, այդ սարքավորումների արդյունավետ գործունեության համար:

- ճանաչում և անվանում է տարբեր թվայնացված միջոցները ու դրանց մասին խոսելիս ճիշտ է գործածում տերմինները:

Համակարգչային տեխնիկայի միջոցով պատրաստված դասերը սովորական դասերից ավելի տպավորիչ են, ուստի սովորողներն ավելի մեծ հետաքրքրությամբ են յուրացնում ուսումնական նյութը:

Գրականություն

1. Առստամյան Վ.Վ., Համակարգչային թեստ գիտելիքների ստուգման համար, «Բնագետ» Երևան-2012; ԵՊՀ հրատարակչություն:
2. Интерактивные технологии в образовании, Учебно-методический комплекс, Москва, 2005. 21 с.
3. Хорева Л.В., Коротева О.С., Развитие новых методов обучения на базе информационных технологий, Электронный учебно-методический журнал СПбГУЭиФ. ФИНЕК СПб, 2006.
4. Ադամ Մերենյի, Վինգն Սաբո, Աթիլա Տակաշ, JEDLIK OKTATÁSI STÚDIÓ, Բուդապեշտ, 2006:
5. Волошинова М.В., Гордин В.Э., Инновационные системы и технологии в учебном процессе, Электронный учебно-методический журнал СПбГУЭиФ. ФИНЕК СПб, 2007

Ինտեռնետային կայքեր

1. <http://www.microsoft.com/downloads/details.aspx?FamilyId=1B3C76D5-FC75-4F99-94BC-784919468E7>
2. <http://encarta.msn.com/default.aspx>

Տեղեկություններ հեղինակի մասին

Ռազմելա Ավետիսյան – ԱրՊՀ կիրառական մաթեմատիկայի և ինֆորմատիկայի ամբիոնի ավագ դասախոս

E-mail: varustamyan@rambler.ru

Հոդվածը տպագրության է ներառվել խմբագրական կոլեգիայի անդամ, ֆ.-մ. գ.դ. Ա.Մ. Խաչատրյանը

ՀՏԴ 681/3

Ինֆորմատիկա

ԿԱՌՈՒՅՎԱԾՔԱՅԻՆ ԹԻՎԸ ՈՐՊԵՍ ԳՐԱՖԻ ՀԱՆՐԱՏԱՇՎԱԿԱՆ ՄՈՂԵԼ ԱՆՈՂ ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Բանալի բառեր՝ կառուցվածքային թիվ, լրացուցիչ կառուցվածքային թիվ, գրաֆ, ենթագրաֆ, ծառ-ենթագրաֆ, երկվային գրաֆ, բջիջ, զագագ, հատույթ, ճյուղ:

Ключевые слова: структурное число, дополнительно структурное число, граф, подграф, дерево-подграф, дуальный граф, ячейка, вершина, сечение, ребро.

Keywords: structural number, supplementary structural number, graph, subgraphs, tree-subgraph, dual graph, cells, vertex, intersection, edge.

А. Арутюнян

Структурные числа как алгебраическая модель графа

В работе приведены определение структурных чисел, их алгебра и правила дифференцирования. Каждому графу (дуальному графу) взаимнооднозначно сопоставляется одно структурное (дополнительно структурное) число. Столбцы структурного числа связного графа взаимнооднозначно являются дерево-подграфами графа. Столбцы дополнительного структурного числа связного графа взаимнооднозначно представляют дополнение подграфов графа. Приводятся геометрические интерпретации структурных чисел и их производных.

A. Harutyunyan

Structural Number as Algebraic Graph Model.

The work resumes the definition of structural numbers, their algebra and rules of differentiation. Every graph (dual graph) is bijectively correlated with one structural number (supplementary structural). The columns of the structural number of the connected graph are bijectively tree-subgraphs, the columns of the supplementary structural number of the connected graph are bijectively additional subgraphs. Geometric interpretations of structural numbers and their derivatives are presented.

Աշխատանքում բերվում են կառուցվածքային թվի սահմանումը, հանրահաշիվը և ածանցման կանոնները: Յուրաքանչյուր գրաֆի (երկվային գրաֆի) փոխմիարժեք կերպով համապատասխանության մեջ է դրվում մեկ կառուցվածքային (լրացուցիչ կառուցվածքային) թիվ: Կապակցված գրաֆի կառուցվածքային թվի սյունակները փոխմիարժեք կերպով արտապատկերում են գրաֆի ծառ-ենթագրաֆները: Կապակցված գրաֆի լրացուցիչ կառուցվածքային թվի սյունակները փոխմիարժեք կերպով արտապատկերում են գրաֆի լրացում ենթագրաֆները: Բերվում են կառուցվածքային թվի և նրա ածանցյալների երկրաչափական մեկնաբանությունները:

Գրաֆների մոդելավորումը կառուցվածքային թվերի միջոցով թույլ է տալիս գրաֆների հետ կատարվող տոպոլոգիական ձևափոխությունները արտահայտել կառուցվածքային թվերի հանրահաշիվի օգնությամբ [1, 2, 3]:

Դիտարկենք կամայական L բազմության տարրերից բաղկացած համակարգը հետևյալ աղյուսակի տեսքով՝

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \cdots & \alpha_{mn} \end{bmatrix},$$

որտեղ $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$:

Այս համակարգը կարելի է դիտել որպես առանձին սյունակների չկարգավորված բազմություն՝

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_k & \cdots & a_n \end{bmatrix}$$

որտեղ սյունակը տարրերի չկարգավորված բազմություն է՝

$$a_k = \begin{bmatrix} \alpha_{\dots} \\ \alpha_{\dots} \\ \dots \\ \alpha_{\dots k} \end{bmatrix} \quad k = ,2,\dots,n :$$

Եթե A համակարգը չի պարունակում միատեսակ (հավասար) սյունակներ, և սյունակները չեն պարունակում միատեսակ տարրեր, ապա այն կոչվում է կառուցվածքային թիվ: Ընդ որում սյունակները համարվում են հավասար, եթե նրանք բաղկացած են միևնույն տարրերից՝ անկախ նրանց դասավորման հերթականությունից: L բազմությունը, որի տարրերից բաղկացած է կառուցվածքային թիվը, կոչվում է ծնիչ բազմություն: Ընդհանուր դեպքում ծնիչ բազմության տարրերը կարող են լինել կամայական բնույթի: Մենք կդիտարկենք կառուցվածքային այնպիսի թվեր, որոնց համար $L \in \mathbb{N}$, որտեղ N -ը բնական թվերի բազմություն է:

Կառուցվածքային թիվը նոր տիպի հանրահաշվի կառուցվածքային թվերի հանրահաշվի տարրն է:

Օրինակ՝ $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, կառուցվածքային թվեր են:

Երկու կառուցվածքային թիվ համարվում են հավասար ($A = B$), եթե պարունակում են նույնանման սյունակներ՝ անկախ նրանց դասավորման և նրանցում տարրերի դասավորման հերթականությունից:

A և B կառուցվածքային թվերի գումարը մի կառուցվածքային թիվ է ($C = A + B$), որը պարունակում է A և B թվերի բոլոր սյունակները՝ առանց գույգ թիվ անգամ կրկնվող սյունակների:

A և B կառուցվածքային թվերի արտադրյալը մի կառուցվածքային թիվ է ($C = A \cdot B$), որի սյունակները A և B թվերի սյունակների միավորման բոլոր հնարավոր տարբերակներն են՝ բացառությամբ գույգ թիվ անգամ կրկնվող սյունակների:

Տեղի ունեն հետևյալ առնչությունները՝

$$A + B = B + A,$$

$$A \cdot B = B \cdot A,$$

$$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C),$$

$$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C:$$

Ոչ մի սյունակ չպարունակող կառուցվածքային թիվը կոչվում է դատարկ կառուցվածքային թիվ և նշանակում են $\emptyset$ նշանով: Միայն մեկ սյունակ պարունակող կառուցվածքային թիվը նշանակում են $\mathbb{N}$ նշանով:

Եթե A և B կառուցվածքային թվերը բավարարում են $X + B = A$ պայմանին, ապա X կառուցվածքային թիվը կոչվում է A և B կառուցվածքային թվերի տարբերություն՝ $X = A - B$: Տեղադրելով $X = A - B$ արժեքը $X + B = A$ արտահայտության մեջ՝ կստանանք՝ $A - B = A - B$: Ցանկացած կառուցվածքային թիվ համարվում է իր հակադիր թիվը:

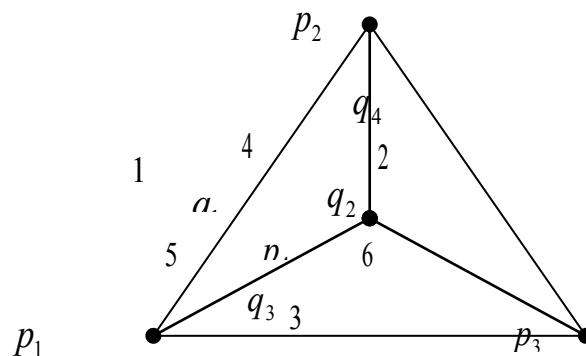
Եթե A և B կառուցվածքային թվերի համար գոյություն ունի այնպիսի X կառուցվածքային թիվ, որ $A = X \cdot B$, ապա A թիվը բաժանվում է B թվի վրա: Միայն երկու բաժանարար ունեցող կառուցվածքային թիվը կոչվում է պարզ: Երկուսից ավելի բաժանարար ունեցող կառուցվածքային թիվը կոչվում է բարդ: Ցանկացած բարդ կառուցվածքային թիվ կարելի է ներկայացնել պարզ կառուցվածքային թվերի արտադրյալի տեսքով՝

$$A = \prod_{i=1}^m P_i,$$

որտեղ P_i -ն միատող կառուցվածքային թիվ է, m -ը A կառուցվածքային թվի տողերի քանակն է:

Դիտարկենք $G(V, E)$ ամբողջական չուղորդված գրաֆը, որտեղ V -ն և E -ն համապատասխանաբար նրա գագաթների և կողերի բազմություններն են: Իր ներսում ոչ մի ճյուղ չպարունակող կոնտուրը կոչվում է բջիջ: Բջիջ է նաև գրաֆի արտաքին ճյուղերով կազմված կոնտուրը: Գրաֆի այն կողերի բազմությունը, որի հեռացումից հետո գրաֆը տրոհվում է երկու մեկուսացված ենթագրաֆների, կոչվում է կտրվածք: Գրաֆի երկու գագաթները միացնող ճյուղերի բազմությունը կոչվում է ճանապարհ: Գրաֆի երկու բջիջները միացնող գիծը հատող ճյուղերի բազմությունը կոչվում է հատույթ: Բջիջը, գագաթը, ճանապարհը և հատույթը պարզ տեղաբանական տարրեր են: Ծառը և լրացումը երկվային տեղաբանական տարրեր են: Յուրաքանչյուր տեղաբանական տարրի համապատասխանության մեջ է դրվում միատող պարզ կառուցվածքային թիվ, որոնց միջոցով ստացվում է գրաֆի կառուցվածքային թիվը: Համարում ենք՝ գրաֆի կողերը համարակալված են բնական թվերով: Պարզ տեղաբանական տարրին համապատասխանության մեջ դրվում միատող պարզ կառուցվածքային թիվ, որը որոշվում է տվյալ տարրը բնորոշող ճյուղերի բազմությամբ: Նշանակենք գրաֆի գագաթների թիվը p -ով, բջիջների թիվը q -ով, ճյուղերինը՝ b -ով:

Դիտարկենք նկ.1-ում պատկերված գրաֆի պարզ տեղաբանական տարրերն ու նրանց համապատասխան կառուցվածքային թվերը:



Նկ.1

Գագաթներին համապատասխանող կտրվածքների պարզ կառուցվածքային թվերն են՝

$$P_1 = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 \end{bmatrix}, P_2 = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 \end{bmatrix}, P_3 = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 \end{bmatrix}, P_4 = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Բջիջներին համապատասխանող պարզ կառուցվածքային թվերն են՝

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 \end{bmatrix}, Q_2 = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 \end{bmatrix}, Q_3 = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 \end{bmatrix}, Q_4 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

p_1, p_2 գագաթները միացնող ճանապարհներից են՝

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ և այլն:}$$

q_1, q_2 բջիջների հատույթներից են՝

$$B_{12} = \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}, B_{12} = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ և այլն:}$$

Գրաֆի գագաթների կառուցվածքային թվերի գումարը և արտադրյալը հավասար է գրոյի: Յուրաքանչյուր գագաթի կառուցվածքային թիվ հավասար է մնացած գագաթների կառուցվածքային թվերի գումարին՝

$$P_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p P_j :$$

Գրաֆի գագաթների ցանկացած p – հատ կառուցվածքային թվերի արտադրյալը նույնն է և կոչվում է գրաֆի կառուցվածքային թիվ՝

$$A = P_1 P_2 \cdots P_p :$$

Գրաֆի բջիջների ցանկացած q – հատ կառուցվածքային թվերի արտադրյալը նույնն է և կոչվում է գրաֆի լրացուցիչ կառուցվածքային թիվ՝

$$A^d = Q_1 Q_2 \cdots Q_q :$$

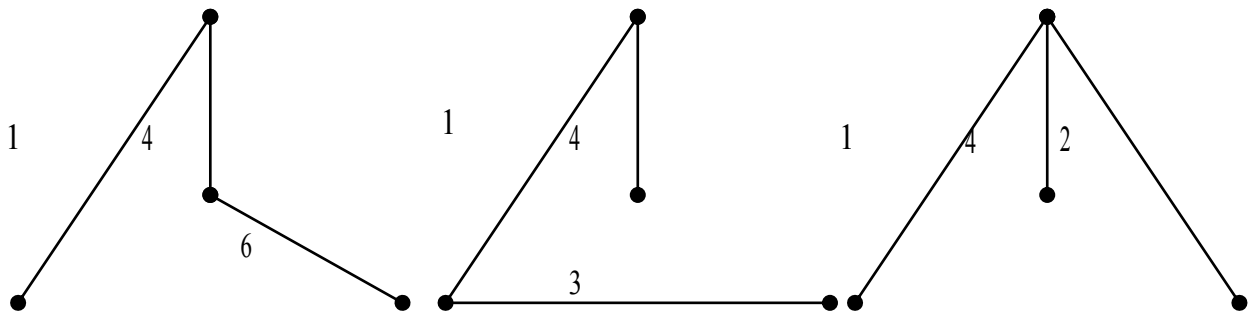
Կապակցված գրաֆի կառուցվածքային թվի սյունակները փոխմիարժեք կերպով արտապատկերում են գրաֆի ծառ-ենթագրաֆները: Կապակցված գրաֆի լրացուցիչ կառուցվածքային թվի սյունակները փոխմիարժեք կերպով արտապատկերում են գրաֆի լրացում ենթագրաֆները:

Նկ.1-ում պատկերված գրաֆի համար որոշենք կառուցվածքային թիվը՝

$$A = P_1 P_2 P_3 = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 6 & 2 & 3 & 6 & 3 & 6 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 2 & 2 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 2 & 3 & 5 & 4 & 4 & 5 & 3 & 5 & 3 & 3 & 4 & 3 \\ 4 & 4 & 6 & 6 & 5 & 5 & 6 & 5 & 5 & 6 & 5 & 6 & 6 & 4 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

Գրաֆի կառուցվածքային թիվն ունի 16 սյունակ, հետևաբար գրաֆն ունի 16 ծառ, դրանցից են՝



Գրաֆի լրացուցիչ կառուցվածքային թիվն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$A^d = Q_1 Q_2 Q_3 = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 6 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 3 & 3 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & 3 & 4 & 4 & 4 & 3 & 3 & 2 & 2 & 4 & 3 & 4 & 5 & 2 & 4 \\ 6 & 6 & 5 & 5 & 6 & 6 & 4 & 6 & 5 & 3 & 6 & 4 & 5 & 6 & 5 & 5 \end{bmatrix} :$$

Այսպիսով ցանկացած կապակցված գրաֆի համապատասխանության մեջ են դրվում A և A^d կառուցվածքային թվերը, որոնց համար գրաֆը կոչվում է համապատասխանաբար ուղիղ և հակադարձ երկրաչափական պատկեր:

A կառուցվածքային թվի հանրահաշվական ածանցյալն ըստ նրա որևէ α տարրի $\frac{\partial A}{\partial \alpha}$ կառուցվածքային թիվ է, որը պարունակում է A կառուցվածքային թվի միայն α տարրը պարունակող սյունակներն առանց այդ տարրի:

Օրինակ՝

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 7 & 4 \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial A}{\partial 2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial A}{\partial 7} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}:$$

Եթե A կառուցվածքային թիվը միատող է, ապա $\frac{\partial A}{\partial \alpha} =$, եթե $\alpha \in$ և $\frac{\partial A}{\partial \alpha} =$), եթե $\alpha \notin$: Տեղի ունեն հետևյալ առնչությունները՝

$$\frac{\partial (A_1 + A_2)}{\partial \alpha} = \frac{\partial A_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial A_2}{\partial \alpha}:$$

$$\frac{\partial (A_1 A_2)}{\partial \alpha} = \frac{\partial A_1}{\partial \alpha} A_2 + \frac{\partial A_2}{\partial \alpha} A_1:$$

$\frac{\partial A}{\partial \alpha}$ կառուցվածքային թվի երկրաչափական պատկերը ստացվում է A երկրաչափական պատկերից՝ α տարրին համապատասխանող ճյուղը կարճ փակելով, այսինքն՝ α ճյուղի հարակից հանգույցները համատեղելով:

Եթե $A = P_1 P_2 \dots P_{p-}$, ապա

$$\frac{\partial A}{\partial \alpha} = P_1 + P_2 \dots P_{p-}:$$

$\frac{\partial A^d}{\partial \alpha}$ կառուցվածքային թվի հակադարձ երկրաչափական պատկերը ստացվում է A^d թվի հակադարձ երկրաչափական պատկերից α տարրին համապատասխանող ճյուղը խզելով, այսինքն α ճյուղի հարակից բջիջները միավորելով:

Եթե $A^d = Q_1 Q_2 \dots Q_{q-}$ ապա

$$\frac{\partial A^d}{\partial \alpha} = Q_1 + Q_2 \dots Q_{q-}:$$

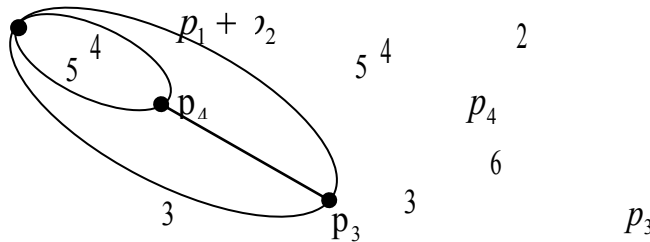
Դիտարկենք նկ.1-ում պատկերված գրաֆի կառուցվածքային թվի $\frac{\partial A}{\partial 1}$ կառուցվածքային թիվը և նրա երկրաչափական պատկերը՝

$$\frac{\partial A}{\partial 1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 & 2 & 3 & 5 & 3 \\ 4 & 4 & 6 & 6 & 5 & 5 & 6 & 6 \end{bmatrix}:$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial 1} &= \frac{\partial}{\partial 1} (P_1 P_2 P_3) = \frac{\partial}{\partial 1} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 3 & 6 \end{bmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial 1} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial 1} \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \right) = \\ &= \begin{bmatrix} 3 & 6 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$\frac{\partial \Lambda}{\partial}$ կառուցվածքային թվի ներկրաչափական պատկերը պատկերված է նկ. 2-ում, որն ստացվում

է նկ.1-ում պատկերված գրաֆից՝ համատեղելով նրա P_1 և P_2 գագաթները:



Նկ. 2

Դիտարկենք նկ.1-ում պատկերված գրաֆի հակադարձ կառուցվածքային թվի $\frac{\partial A^d}{\partial}$ հակադարձ

կառուցվածքային թիվը և նրա հակադարձ ներկրաչափական պատկերը:

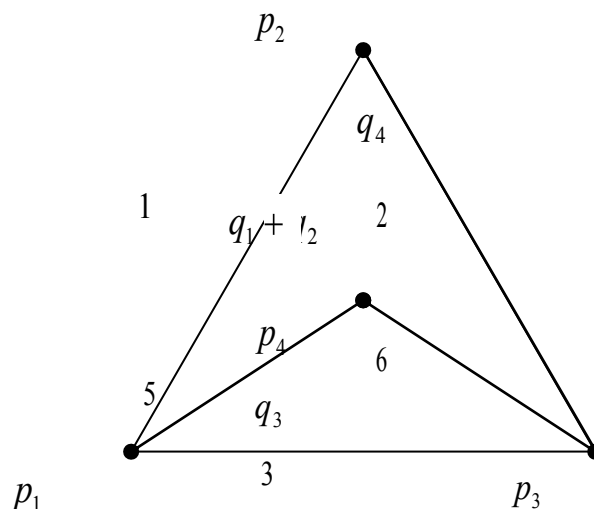
$$\frac{\partial A^d}{\partial} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 6 & 6 & 3 & 6 & 3 & 5 & 5 \end{bmatrix},$$

կամ

$$\begin{aligned} \frac{\partial A^d}{\partial} &= \frac{\partial}{\partial} Q_1 Q_2 Q_3 = \frac{\partial}{\partial} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 6 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 5 & 6 \end{bmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial} \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \right) = \\ &= \begin{bmatrix} 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$\frac{\partial A^d}{\partial}$ լրացուցիչ կառուցվածքային թվի հակադարձ ներկրաչափական պատկերը պատկերված է

նկ. 3-ում, որն ստացվում է նկ.1-ում պատկերված գրաֆից՝ խզելով 4-րդ ճյուղը:



Նկ.3

Ա կառուցվածքային թվի հակադարձ հանրահաշվական ածանցյալ ըստ նրա որևէ α տարրի կոչվում է $\frac{\delta A}{\delta \alpha}$ կառուցվածքային թիվը, որը պարունակում է A թվի միայն α տարր չպարունակող պրունակները:

Օրինակ՝

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}, \quad \frac{\delta A}{\delta 2} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}, \quad \frac{\delta A}{\delta 3} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix};$$

Տեղի ունեն հետևյալ առնչությունները՝

$$\frac{\delta}{\delta \alpha} (A_1 + A_2) = \frac{\delta A_1}{\delta \alpha} + \frac{\delta A_2}{\delta \alpha},$$

$$\frac{\delta}{\delta \alpha} (A_1 A_2) = \frac{\delta A_1}{\delta \alpha} A_2 + \frac{\delta A_2}{\delta \alpha} A_1 + A_1 A_2;$$

Մեկ α տարր պարունակող կառուցվածքային թվի համար

$$\frac{\delta \alpha}{\delta \alpha} = 1:$$

Եթե A կառուցվածքային թիվը α տարր չի պարունակում, ապա

$$\frac{\delta A}{\delta \alpha} = 0:$$

Հակադարձ հանրահաշվական և հանրահաշվական ածանցյալների միջև գոյություն ունի հետևյալ կապը՝

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (A \alpha) = \frac{\delta A}{\delta \alpha} \alpha, \text{ կամ } A = \alpha \frac{\partial A}{\partial \alpha} + \frac{\delta A}{\delta \alpha}:$$

Ենթադրենք P_1, P_2 և P միաստող կառուցվածքային թվեր են, ընդ որում $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{C}, \alpha \in \mathbb{H}$:

$$\frac{\delta (P P_1)}{\delta \alpha} = P \frac{\delta P_1}{\delta \alpha}, \quad \frac{\delta P_1 P_2}{\delta \alpha} = \frac{\delta P_1}{\delta \alpha} P_2:$$

$\frac{\delta A}{\delta \alpha}$ կառուցվածքային թվի երկրաչափական պատկերը ստացվում է A թվի երկրաչափական

պատկերից խզելով α ճյուղը:

$\frac{\delta A^d}{\delta \alpha}$ կառուցվածքային թվի հակադարձ երկրաչափական պատկերը ստացվում է A^d թվի

երկրաչափական պատկերից α ճյուղի կարճ փակումով:

Գրականություն

1. Харари Ф., Теория графов, М., 2006.
2. Беллерт С., Возняцки Г., Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел, М.: Мир, 1972.
3. Акопджанян Г.Д., Сафарян В.С., Исследование электрических цепей методом структурных чисел: Учебное пособие, ГИУА, Ереван, 1995.

Տեղեկություններ հեղինակի մասին

Անուշ Հարությունյան – ԱրՊՀ կիրառական մաթեմատիկայի և ինֆորմատիկայի ամբիոնի դասախոս
E-mail: anooshik@rambler.ru

Հոդվածը տպագրության է ներառվել խմբագրական կոլեգիայի անդամ, ֆ.-մ. գ.դ. Ա.Մ.Խաչատրյանը

УДК: 536.712

Термодинамика. Изотермическое изменение состояния

ЭМПИРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ЖИДКОСТИ ПРИ ИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ПРОЦЕССЕ

Ваник АТОЯН

Ключевые слова: эмпирический, уравнение, состояние, изотерма, сжимаемость, коэффициент, вязкость, внутреннее давление, зависимость, объем, критическое состояние.

Բանալի բառեր՝ փորձական, հավասարում, վիճակ, իզոթերմ, սեղմվածություն, գործակից, մածուցիկություն, ներքին ճնշում, կախվածություն, ծավալ, կրիտիկական վիճակ.

Key: empirical equation, state, isotherma compressibility, coefficient, viscosity, internal pressure, dependence, volume, critical stall.

Վ.Աթոյան

Հնդուկի վիճակի փորձարարական հավասարումը իզոթերմ պրոցեսի դեպքում

Աշխատանքում բերվում է առաջին անգամ ստացված հնդուկի վիճակի փորձարարական հավասարումը իզոթերմ պրոցեսի դեպքում: Այդ հավասարումը ստացված է ընդհանուր տեսքով մեկ անհայտով և արտահայտվում է հնդուկի սեղմման գործակցով: Ստուգումներով պարզված է, որ (10°) հավասարումը բավարար է կիրառվում տարբեր խմբերի մի շարք հնդուկների համար՝ դիմեթիլկետոնի, օքտանի, մեթիլսպիրտի, էթիլսպիրտի, կապրոնաթթվի և այլն: Հաշվված է հավասարման համեմատականության K գործակցի արժեքը 1-1000 10⁵ · Պա ճնշման և ջերմաստիճանի 0-100°С տիրույթներում:

V. Atoyan

Empirical Equation of State of the Fluid in an Isothermal Process

The work is first obtained empirical equation of state of the fluid in an isothermal process. This equation is derived in a general form with a single coefficient is expressed through the compressibility of the fluid. The audit established that equation (10°) performed satisfactorily for a number of liquids of different groups, dimetilketoni, oktani, metilspirti, ethyl alcohol, and other liquids kapronattui: Calculated by the equation hamematakanutyuan coefficient value 1-1000 K temperature range and pressure range 0-100.

В работе приводится впервые полученное эмпирическое уравнение состояния жидкости при изотермическом процессе. Данное уравнение получено в общем виде с одним коэффициентом и выражается через сжимаемость жидкости. Проверкой установлено, что уравнение (10°) удовлетворительно выполняется для ряда жидкостей разных групп (для диметил кетона, октана, метилспирта, этилспирта, капроновой кислоты и т.д.). Вычислены значения коэффициента пропорциональности K данного уравнения для воды, диметилкетона при V₁³:

В данной работе приводится впервые полученное эмпирическое уравнение состояния жидкости при изотермическом процессе в общем виде с одним коэффициентом, который выражается начальным объемом и сжимаемостью жидкости.

Ввиду отсутствия общей теории жидкого состояния, физикам-ученым приходится использовать экспериментальные данные для получения частных случаев зависимостей параметров состояния и предложить эмпирические уравнения состояния жидкости, например, при изохорическом процессе [1-3, 9].

Известно, что жидкости очень мало сжимаемы и для большинства жидкостей порядок сжимаемости меняется в пределах $\beta=(10^{-9} \div 10^{-11})$, (Па⁻¹) [4-8], а в критическом состоянии их сжимаемость меняется в пределах 0,27; 0,28 [5], которую, как постоянную величину приблизительно, можно принять 0,3(Па⁻¹). Поэтому при постоянной температуре зависимость давления от объема почти линейная [6-8] рис.-1 и, следовательно, при малом изменении объема жидкости $\Delta V = (V_1 - V_2)$ ее давление меняется резко, [6-8] и пусть это на рис.-1 будет BC=Δp, изменение объема AB=−ΔV. Пусть в прямоугольном треугольнике ABC угол ACB будет “γ”, тогда связь между объемом и давлением можно найти следующим образом:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \quad (1)$$

$$\text{где } AC = \frac{AB}{\sin \gamma} \quad (2)$$

Тогда (1) принимает вид

$$AB^2 + BC^2 = \frac{AB^2}{\sin^2 \gamma} \quad (1')$$

Но угол γ малый, при данной температуре и для разных жидкостей, предполагаемо можно принять (2÷5) вдали от критического состояния.

При данной температуре для данной жидкости $\sin \gamma$ и $\frac{1}{\sin \gamma}$ постоянные величины, т.е. из (1') имеем:

$$\frac{1}{\sin^2 \gamma} = K^2 = \text{const} \quad (3)$$

Тогда уравнение (1') принимает вид

$$AB^2 + BC^2 = K^2 AB^2 \quad (4)$$

Подставим значения $AB = -\Delta V$ и $BC = \Delta P$ в (4) согласно рис.-1, тогда получим

$$[-(V_1 - V_2)]^2 + (P_2 - P_1)^2 = K^2 [-(V_1 - V_2)]^2$$

или $\Delta V^2 + \Delta P^2 = K^2 \Delta V^2 \quad (5)$

Из уравнения (5)

$$\Delta P^2 = (K^2 - 1) \Delta V^2 \quad (6)$$

$$\text{или} \quad K^2 - 1 = \frac{\Delta P^2}{\Delta V^2} \quad (7)$$

Из уравнения (6) следует, что изменение квадрата давления, приложенного на жидкость при изотермическом процессе, прямо пропорционально изменению квадрата объема.

(6) представляет собой эмпирическое уравнение состояния жидкости при постоянной температуре в общей форме с одним коэффициентом K .

Для данной жидкости при данной температуре «Т» величина « K^2 » зависит от угла γ , который составляет изотерма «Т» с осью давления «р» и экспериментально определяется изменениями давления и объема (6).

Для интереса, чтобы представить себе какая эта зависимость, определим значения коэффициента « K^2 » для принятых предельных значений угла $\gamma_1 = 2^\circ$ и $\gamma_2 = 5^\circ$ по уравнению (3). Для угла 5° , $\frac{1}{\sin^2 5^\circ} = 162,34 = K_1^2$,

Для угла $\gamma_2 = 2^\circ$; $\sin^2 2^\circ = 0,096$; $\frac{1}{\sin^2 2^\circ} = 10,42 = K_2^2$:

Из этих вычислений следует, что значение коэффициента « K_2^2 » увеличилось в 15,85 раза при уменьшении угла γ на 3° , а это значит, что при данной температуре изменение давления происходит более круче при данном изменении объема. Кроме того, отсюда следует еще следующее: чтобы изменения объема ΔV_2 стало ΔV_1 и угол $\gamma_1 = 2^\circ$ стал $\gamma_2 = 5^\circ$, потребуется приложить большое давление P_2 при одном и том же начальном давлении P_1 и объеме V_1 . Это соответствует реальным свойствам жидкостей (по плотности, вязкости, расположением атомов в молекуле и т.д.).

Из вышеизложенного (связи угла между изотермой и осью давления с коэффициентом «К») вытекает, что между коэффициентом «К» и сжимаемостью должна быть связь. Эту связь легко найти, используя выражения для сжимаемости и коэффициента «К». Т.е.

$$\beta = -\frac{1}{v_1} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta p} \quad (8)$$

$$\beta^2 = \frac{1}{V_1^2} \cdot \frac{\Delta v^2}{\Delta p^2} \quad (8a)$$

Из уравнения (7) имеем $K^2 - 1 = \frac{\Delta P^2}{\Delta V^2}$, откуда $\frac{1}{K^2 - 1} = \frac{\Delta V^2}{\Delta P^2}$; обе стороны этого уравнения делим на V_1^2 , получим

$$\frac{1}{V_1^2(K^2 - 1)} = \frac{\Delta V^2}{V_1^2 \Delta P^2} \quad (8б)$$

Из уравнения (8б) и (8a) имеем $\frac{1}{V_1^2(K^2 - 1)} = \beta^2$, или

$$K^2 - 1 = \frac{1}{\beta^2 V_1^2} \quad (8в)$$

$$K^2 = 1 + \frac{1}{V_1^2 \beta^2} = \frac{1}{\sin^2 \gamma} \quad (9)$$

Из (9) следует, что квадрат коэффициента пропорциональности «К» представляет собой обратно пропорциональную величину квадрата сжимаемости жидкости для начальной единицы объема жидкости ($V_1 = 1\text{м}^3$). Вычисленные значения коэффициента пропорциональности «К», табл.-(2а, б, 3), подтверждают именно такую связь между коэффициентами «К» и сжимаемости β . Но так как в литературе приводятся средние значения сжимаемости для определенного интервала давления ΔP и конкретного значения температуры, табл.-(1, 2, 3), то и коэффициент «К» тоже будет иметь среднее значение. табл.-(2а,б, 3). Например, для воды при $t=0^\circ\text{C}$ и $\Delta P_1 = (1 \div 25) \cdot 10^5 (\text{Па})$, среднее значение сжимаемости [4] $\beta_1 = 52,5 \cdot 10^{-5} (\text{Па}^{-1})$, а коэффициент К, соответственно, при изотерме $t=0^\circ\text{C}$ и данного интервала $\Delta P_1 = (1 \div 25) \cdot 10^5 (\text{Па})$ (для случая $V_1 = 1\text{м}^3$), получается $K_1 = 0,019 \cdot 10^{11} \frac{\text{Па}}{\text{м}^3}$ и т.д. Вычисленное значение для K_1 с порядком 10^{11} охватывается общим порядком предельных значений порядков коэффициента К от 10^9 по 10^{11} степени, что тоже доказывает применимость уравнения состояния (6) к данным жидкостям.

Из формулы (9) следует так же, что при разных начальных объемах V_1 жидкости угол γ получает разные значения при одном и том же значении изменения давления ΔP , следовательно, коэффициент «К» так же соответственно меняется. Из уравнения (7) и (8в) имеем.

$$\frac{\Delta P^2}{\Delta V^2} = \frac{1}{\beta^2 V_1^2}$$

$$\text{Откуда} \quad \Delta P^2 = \frac{1}{\beta^2 V_1^2} \cdot \Delta V^2 \quad (10)$$

Так, как $\Delta V = -\Delta V$, то из (10) следует, что

$$\Delta P = -\frac{1}{\beta V_1} \cdot \Delta V \quad (10')$$

Знак минус в этом уравнении показывает, что влияние изменения объема и изменения давления происходят в противоположных направлениях, то есть при увеличении изменения давления изменение объема уменьшается, и наоборот. Это значит, что силы отталкивания молекул жидкости направлены против внешних сил, вызывающих изменение давления на ΔP .

Так как при данном состоянии жидкости, т.е. при данных температур и давлении всегда изменение внутреннего давления $\Delta P_{\text{внт}}$ равно изменению внешнего давления $\Delta P_{\text{вн}}$, то уравнение (10') можно написать для внутреннего давления без знака минус т.к. они действуют против друг друга, т.е.

$$\Delta P_{\text{внт}} = \frac{1}{\beta V_1} \cdot \Delta V \quad (10'')$$

Уравнения (10), (10') и (10'') представляют собой эмпирические уравнения состояния жидкости при изотермическом процессе в связи со сжимаемостью.

При помощи данных уравнений можно теоретически вычислить изменение объема для любой жидкости с известным коэффициентом сжимаемости для данного интервала изменения давления при $V_1 = 1\text{м}^3$, что является практической ценностью данного уравнения.

Например, вычислим изменение объема для воды при $V_1 = 1\text{м}^3$ и для тех интервалов давлений ΔP , которые приводятся в литературе [1], табл. – 1. Результаты вычисления ΔV для воды приводятся на табл. – 2б.

Табл. 1. Средний коэффициент сжимаемости воды.

$\beta_{\text{H}_2\text{O}} \cdot 10^{11} (\text{Па}^{-1}) [4]$

Интервал давления ($p_1 \div p_2$) · $10^{-5} (\text{Па})$	Температура $t^\circ\text{C}$									
	0	5	10	15	20	30	50	70	90	100
1 ÷ 25	52,5	-	50,0	-	49,1	-	-	-	-	-
25 ÷ 50	51,6	-	49,2	-	47,6	-	-	-	-	-

1 ÷ 100	51,1	49,3	48,3	47,3	46,8	46,0	44,9	46,2	47,8	-
100 ÷ 200	49,2	47,5	46,1	45,1	44,2	43,6	42,5	43,9	46,8	80,7
200 ÷ 300	48,0	46,2	45,3	44,3	43,4	42,9	41,3	42,5	45,9	76,9
300 ÷ 400	46,6	44,9	44,1	43,3	42,4	41,4	40,2	41,1	44,6	73,1
400 ÷ 500	45,5	44,4	42,9	42,2	41,5	40,7	39,9	39,8	43,4	68,2
500 ÷ 600	43,8	43,0	41,8	41,1	40,4	39,2	39,0	39,1	41,6	66,0
600 ÷ 700	42,9	40,9	40,5	39,8	39,4	38,7	37,7	38,0	40,7	62,7
700 ÷ 800	41,8	40,7	39,8	39,0	38,8	37,5	37,1	37,4	38,9	61,3
800 ÷ 900	40,6	30,3	38,9	38,0	37,3	36,8	36,2	36,6	38,2	58,9
900 ÷ 1000	-	-	-	36,8	36,5	36,0	35,3	36,1	37,1	56,5

Из табл. 2б следует насколько уменьшается объем воды (жидкости) при увеличении внешнего давления на $\Delta P \cdot 10^5$ (Па) при разных температурах. Например, при изменении давления в интервале $(1-25) \cdot 10^5$ Па ($t = 0^\circ\text{C}$) объем одного кубического метра воды уменьшается, в среднем на $1263 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 \approx 0.001 \text{ м}^3$, т.е. на одну тысячную долю. А если это отнести на $25 \cdot 10^5$ (Па), то получим $\Delta V = 0.00004 \cdot 10^{-5} = 4 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3/\text{Па}$. Эти числа подтверждают мнение о том, что жидкости мало сжимаемы, с другой стороны доказывают практическую ценность уравнения (10). Эти расчеты для интервала давления $(900 \div 1000) \cdot 10^5$ (Па) $t = 100^\circ\text{C}$, дают результат

$5.65 \cdot 10^{-10} (\frac{\text{м}^3}{\text{Па}})$, т.е. даже увеличение температуры в 100 раз, а давления в тысячу раз привели к увеличению изменения объема 1 м^3 воды (жидкости) почти вдвое в отношении к прежним результатам вычисления.

Так как значения сжимаемости приводятся в таблицах для какого то интервала давления (ΔP), то имеет смысл и связь между сжимаемостью и давлением привести именно для соответственного интервала давления, как в уравнении (10). Из изложенного следует, что для жидкостей с известными значениями сжимаемостей, например, табл.(1-3), можно вычислить средние значения коэффициентов пропорциональности «К» в уравнении состояния жидкости при изотермическом процессе. Например результаты такого вычисления для воды и диметилкетона, для которых в широком интервале давления и температуры в литературе [3] имеются сжимаемости, а в [4] для критической области, приводим на табл. (2а,б, 3).

Ниже, табл.-(2÷8), приводим вычисленные значения квадрата коэффициента К для разных групп жидкостей при условии $V_1 = 1 \text{ м}^3$.

Табл.-2.а). Средние значения коэффициента пропорциональности «К» $\cdot 10^{-11} (\frac{\text{Па}}{\text{м}^3})$ уравнения состояния для воды при изотермическом процессе, вычисленное по формуле (9), при $V_1 = 1 \text{ м}^3$.

Интервал давлений	Температура $t^\circ\text{C}$						
	0	10	20	50	70	90	100
$(p_1 \div p_2) \cdot 10^{-5}$ (Па)							
1 ÷ 25	0.019	0.02	0.0205	-	-	-	-
25 ÷ 50	0.0195	0.0203	0.021	-	-	-	-
1 ÷ 100	0.0198	0.0207	0.0215	0.0217	0.0217	0.021	-
100 ÷ 200	0.0203	0.0217	0.0226	0.023	0.0228	0.0215	0.0123
200 ÷ 300	0.0207	0.0221	0.023	0.0232	0.0235	0.0219	0.013

300 ÷ 400	0.0215	0.0226	0.0237	0.0241	0.0243	0.0224	0.014
400 ÷ 500	0.0219	0.0232	0.0241	0.0245	0.0251	0.023	0.015
500 ÷ 600	0.0228	0.0239	0.0247	0.0255	0.0255	0.0241	0.0152
600 ÷ 700	0.0232	0.0247	0.0253	0.0259	0.0263	0.0245	0.0161
700 ÷ 800	0.0239	0.0251	0.0257	0.0267	0.0268	0.026	0.0164
800 ÷ 900	0.0247	0.0257	0.0268	0.0272	0.0272	0.0263	0.017
90 ÷ 1000	-	-	0.0274	0.0278	0.0278	0.0270	0.0176

Сжимаемость воды в интервале температур $(0 \div 100)^\circ\text{C}$, закономерно, с ростом температуры, увеличивается в указанном интервале давлений $(1 \div 1000) \cdot 10^5 (\text{Па})$, а коэффициент «К» (табл. - 2а), наоборот, закономерно с ростом температуры уменьшается. Такие изменения сжимаемости и коэффициента «К» происходят и у приведенных других жидкостей разных групп, табл. -(3)

Табл. -2.б) Средние коэффициенты сжимаемости воды $\beta \cdot 10^{11} (\text{Па}^{-1})$ [4], $K \cdot 10^{11} (\text{Па}/\text{м}^3)$ степень изменения средних значений $\Delta V \cdot 10^6 (\text{м}^3)$, вычисленные по формуле (10), для воды при $V_1 = 1 \text{ м}^3$

Интервал давлений $(P_1 \div P_2) \cdot 10^5$	Температура $t^\circ\text{C}$								
	0			10			100		
	$\beta 10^{11}$	$K 10^{-11}$	$\Delta V 10^6$	$\beta 10^{11}$	$K 10^{-11}$	$\Delta V 10^6$	$\beta 10^{11}$	$K 10^{-11}$	$\Delta V 10^6$
1 ÷ 25	52.5	0.019	1263	50.0	0.07	343	-	-	-
1 ÷ 100	51.1	0.0196	5051	48.3	0.0207	4783	-	-	-
200 ÷ 300	48.0	0.0208	4808	45.3	0.0221	4525	76.9	0.013	7692
400 ÷ 500	45.5	0.022	4546	43.0	0.0233	4292	68.2	0.0147	6803
600 ÷ 700	42.9	0.0233	4292	40.5	0.0247	4049	62.7	0.016	6250
800 ÷ 900	40.6	0.0246	4065	38.9	0.0257	3891	58.9	0.017	5882
900 ÷ 1000	-	-	-	-	-	-	56.5	0.0177	5650

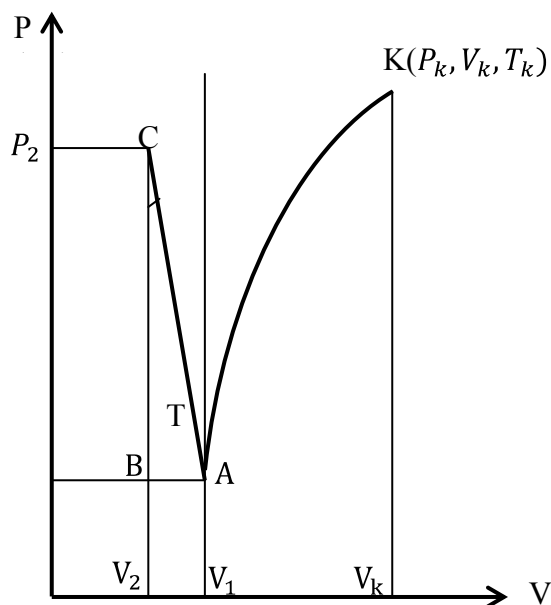


Рис. -1 Зависимость объема от давления для жидкостей при изотермическом процессе.

Табл.- 3. Средние значения коэффициента сжимаемости $10^{11} \cdot \beta$ (Па⁻¹) [4] и вычисленные значения коэффициента $10^{-11} K$ (Па/м³) по уравнению (9) для Диметилкетона при изотермическом процессе.

Диметилкетон								
Интервал давления ($P_1 \div P_2$) · 10^{-5} (Па)	t^0C							
	0		14,2		99,5		$t_K = 234,9$	
	β	K	β	K	β	K	β_K	K_K
1÷ 500	82	0.0122	-	-	-	-	-	-
500 ÷ 1000	59	0.0169	-	-	-	-	-	-
1000÷ 1500	47	0.0213	-	-	-	-	-	-
1500÷ 2000	40	0.025	-	-	-	-	-	-
8,9÷ 36,5	-	-	111	0.009	276	0.00362	-	-
$P_K=46,4$ [5]	-	-	-	-	-	-	0,232	4.31

Литература

1. Վ. Ա. Աթոյան, Մեթիլէթիլկէտոնի վիճակի փորձնական հավասարումը իզոխոր պրոցեսի դեպքում, ԱրՊՀ գիտական տեղեկագիր, №1, էջ 22-25, 2011, Ստեփանակերտ:
2. В. А. Атоян, Эмпирическое уравнение состояния жидкого диэтилкетона при изохорическом процессе в интервале температур (333 ÷ 513)К, ЖФХ № 4, 2012, стр. 1-3.
3. V.A. Atoyan, An Epirical Equation of State of Liquid Diethyl Ketone for Isochoric Processes at 333-513K
4. Таблицы физических величин, справочник под. ред. академика И.К. Кикоина, Москва, 1976, ст. (71 ÷ 73).
5. Р. Рид, Дж. Проусниц, Т. Шервуд-Свойства газов и жидкостей, Л. 1982, ст. 543,552,560.
6. И. В. Савельев, Курс общей физики.т. 1, М. 1977, с. 383, 384.
7. А. А. Детлаф, Б.М. Яворский, Л. Б. Милковская, Курс физики -1, М. 1973, ст. 284,287.
8. А. К. Кикоин, И. К. Кикоин, Молекулярная физика. М. 1976, с. 212, 214, 230.
9. В.А. Атоян “Зависимость температур кипения, плавления от числа атомов в молекуле и изохорические эмпирические уравнения состояния жидких насыщенных и ненасыщенных кетонов”, Уч. записки АРГУ, Степанакерт, 1(27)2013, стр. 18-25.

Сведение об авторе:

Ваник Атоян - канд. физ.мат. наук, доцент кафедры архитектуры АрГУ

E-mail: Vanik-atojan@rambler.ru

Статья рекомендована к печати членом редакционной коллегии, д.ф.-м.н. А.Г.Алексаняном.

ՏՏԴ 53 +534.2

Ֆիզիկա + Տատանումների տարածում
Գործընթացներ ճայնային դաշտում

**ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԳՈՅՈՒԹՅԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐԸ
ՈՒՆԱԿԱՅԻՆ ԿԱՊՈՎ ԷԼԵԿՏՐԱՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ
Մելս ՄԻՆԱՍՅԱՆ, Աննա ՄԻՆԱՍՅԱՆ, Արտակ ՄԿՐՏՉՅԱՆ**

Բանալի բառեր. ունակա-ռեզիստիվային շղթա, ունակության մեխանիկական մոդուլյացիա, կապի կոնդենսատորի բևեռացում, բացասական մեխանիկական դիմադրություն, մեխանիկական տատանումների ռեգեներացում

Ключевые слова: резистивно-емкостная цепь, механическая модуляция емкости, поляризация конденсатора связи, отрицательное механическое сопротивление, регенерация механических колебаний.

Keywords: resistive-capacitive circuit, mechanical capacity modulation, polarization coupling capacitor, negative mechanical resistance, regeneration of mechanical vibrations.

М. Минасян, А.Минасян, А.Мкртчян

Условия существования периодических колебаний в электромеханической системе с емкостной связью

Найдено пороговое соотношение для амплитуды возбуждающего сигнала, при которой достигается эффект регенерации механических колебаний в электромеханической системе.

Предполагается наличие в системе некоторого конденсатора электромеханической связи, одна из обкладок которого подвижна. Колебания последней синхронизированы с переменным током зарядки, причем максимумы тока и смещения достигаются одновременно. Этим достигнута оптимальность в фазовой согласованности, обеспечивающая максимум регенерации при заданных амплитуде возбуждения и средней напряженности поля в конденсаторе.

M.Minasyan, A.Minasyan, A. Mkrtchyan

Conditions for the Existence of Periodic Oscillations in the Electromechanical System with Capacitive Coupling.

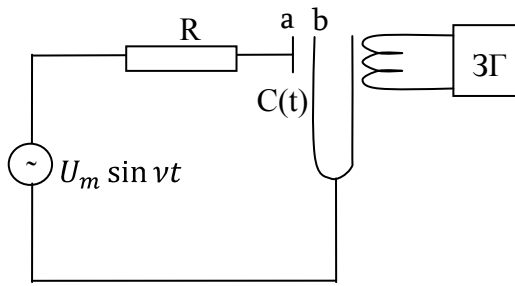
A threshold ratio for the amplitude of the excitation signal which produces a regeneration effect of mechanical vibrations in the electro-mechanical system has been found.

It is assumed that the system has some electromechanical coupling capacitor, one plate of which is movable. The oscillations of the plate are synchronized with the AC charge, and both the maximum current and the maximum displacement are reached at the same time. Thus, optimality in the phase consistency is achieved, ensuring the maximum regeneration for the given excitation amplitude and the average intensity of the field in the capacitor.

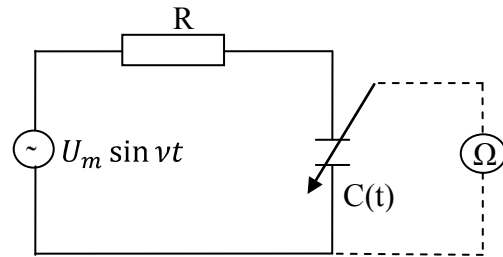
Դիտարկվել է RC-տիպի շղթայում ունակության մեխանիկական մոդուլյացումով ապահովվող էլեկտրամեխանիկական փոխազդեցության դեպք, երբ կապի կոնդենսատորի շրջադիրներից մեկի առաձգական տատանումները կարող են ռեգեներացվել թույլ փոփոխական հոսանքի ռեզոնանսային ներգործությամբ: Կոնդենսատորը բևեռացված է ավելի մեծ լարումով, քան թույլատրվում է լարման փոփոխական բաղադրիչի համար: Մեխանիկական տատանումները կոնդենսատորում սինխրոնիզացվում են փոփոխական հոսանքի հետ: Օպտիմալ է, երբ դրանց մաքսիմումների ժամանակապահերը համատեղված են:

Ուսումնասիրվում է փոփոխական հոսանքի RC-տիպի շղթայում ունակության մոդուլյացիա իրականացնող մեխանիկական տատանակ: Նրա ստացիոնար պարբերական ռեժիմը ապահովվում է՝ շնորհիվ կոնդենսատորում փոփոխական բևեռացումները գերազանցող ստատիկ բաղադրիչի ներդրման:

Հայտնի է ունակային կապով էլեկտրամեխանիկական համակարգի մեջ մեխանիկական տատանակի ինքնազրգոման պայմաններին վերաբերող [1] աշխատանքը, ըստ որի՝ բարձրհաճախային (ν) աղբյուրից միջինում որոշ $p_0 > 0$ հզորություն է փոխանցվում մեխանիկականին, քանի դեռ վերջինս ցածր Ω հաճախությամբ փոխում է էլեկտրամեխանիկական կապի օղակի (հարթ կոնդենսատորի) C ունակությունը (նկ.1, նկ.2):



Նկ.1.



Նկ.2

Ակնթարթային ունակության համար տեղի է ունենում

$$C(t) = C_0(1 + \varepsilon \sin \Omega t)^{-1}, \quad (1)$$

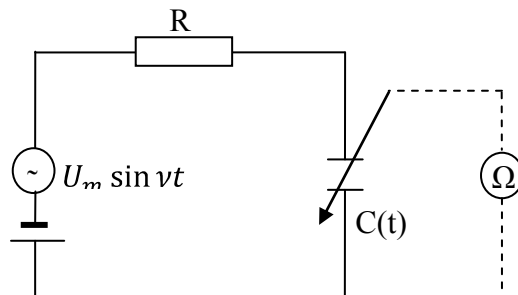
$$\text{իսկ փոխանցվող հզորության համար՝} \quad p_0 = 0.024 \frac{\varepsilon^2 U_m^2 \Omega^2}{R v^2}. \quad (1')$$

Այստեղ $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$, իսկ l_0 -ն բնութագրում է նկ.1-ի ab միջակայքի լայնությունը: Նրանով է պայմանավորվում ունակության հավասարակշիռ C_0 մեծությունը:

Եթե թույլատրենք $\varepsilon \ll 1$, $\Omega \ll v$ և գնահատենք (1') հզորության հարաբերությունը $0.5 U_m^2 / R$ գործող արժեքին, ապա կստանանք պակաս, քան 10^{-6} կարգի մեծությունն է:

Այդ կապակցությամբ՝ ստորև վերանայվում է [1]-ում քննարկված համակարգը, $\Omega \ll v$ (2) պայմանը փոխարինվում է ռեզոնանսայինով՝ $v = \Omega$, ինչպես նաև ազդանշանային աղբյուրի հետ հաջորդական միացմամբ մտցվում է հաստատուն հոսանքի աղբյուր: Վերջինիս օգնությամբ բևեռացվում է կապի C կոնդենսատորը, և ապահովվում մեխանիկական տատանումների ռեզոնանսային, չնայած $v = \Omega$ և $RC_0 \gg 2\pi/\Omega$ ռեժիմը նման է ֆեկտի ստացման առումով [1]-ում մերժվում է:

Դիցուք, էլեկտրամեխանիկական կապով նոր շղթայում, ըստ նկ.3-ի սխեմայի, արդեն առկա է $U_0 \gg U_m$ (2') լարում ապահովող հաստատուն հոսանքի աղբյուր (օրինակ՝ գալվանական էլեմենտ): Նման դեպքում C_0 կոնդենսատորի էլեկտրական դաշտը կունենա և կապահպանի որոշակի կողմնորոշվածություն: Հաստատուն աղբյուրի ստեղծած դաշտի սկզբնական E_0 լարվածությունը կպայմանավորի էլեկտրական դաշտի միջին արժեքը (որը հավասար չէ զրոյի): Այդ կապակցությամբ կարելի է ակնկալել, որ էլեկտրական ազդանշանների v հաճախականությամբ աղբյուրի և C ունակությանը մոդուլացնող մեխանիկական աղբյուրի համատեղ ներգործության հանդեպ կարող է նորից ձևավորվել ռեզոնանսային հատկանիշի բերող արձագանք՝ չնայած սարքում գործող երկու հաճախականությունների համընկմանը ($v \rightarrow \Omega$): Այս վերջինը [1]-ի պարագայում բերում է $p_0 = 0$:



Նկ.3

Կոնդենսատորի շրջադիրների մեխանիկական տեղաշարժման աշխատանքի որակական դիտարկումը համոզում է, որ $p_0 = 0$ արդյունքը իսկապես տեղի ունի, քանի որ էլեկտրական դաշտի կողմից, առանց հաստատուն հոսանքի աղբյուրի մասնակցության, կատարված աշխատանքները մի պարբերության մեջ հավասար չափով դրական են և բացասական՝ սինուսոիդալ դաշտի ակնհայտ

համաչափության պատճառով: Մեր նշանակած (2') պայմանը հենց կոչված է խախտելու տատանման կիսապարբերություններում կատարվող աշխատանքների հավասարությունը:

Անցնենք հավասարումների ձևակերպմանը: Էլեկտրական կողմում գրանցենք՝

$$dU_{\mathcal{U}} = \frac{dq}{C_0} + E_0 dl + R \frac{dq}{dt}: \quad (3)$$

Նրանում $E_0 = \frac{q_0/S}{\varepsilon_0}$, իսկ dl -ը կոնդենսատորի ճեղքի փոփոխությունն է:

Կոնդենսատորի վրա արտաքինից ներգործող dF ուժը հավասարակշռվում է առաձգական k_0 կոշտություն դրսևորող, ինչպես նաև կոլոնյան ձգողություն պայմանավորող հակազդեցություններով: Դրա հետ կապված՝ մեխանիկական կողմում գրանցում ենք՝

$$dF = k_0 dl + E_0 dq: \quad (4)$$

Այսպիսով՝ ստացվում է Էլեկտրական և մեխանիկական մուտքերը միավորող հավասարումների համակարգ՝

$$\begin{cases} dU_{\mathcal{U}} = \frac{dq}{C_0} + E_0 dl + Ri, \\ dF = k_0 dl + E_0 dq: \end{cases}$$

Համակարգում առկա $1/C_0$, k_0 , E_0 գործակիցներով իրականացվող կապերը կարող են պահպանվել նույնությամբ, եթե անցնելու լինենք կոնդենսատորի շրջադիրների հեռավորության և նրանում կուտակված լիցքերի վերջավոր փոփոխություններին այն պայմանով, որ փոփոխությունները փոքր են: Էլեկտրական կողմում մուտքային լարման փոքր փոփոխությունները մենք նշանակում ենք $U_{\mathcal{U}}$ ՝ նույնացնելով օգտակար ազդանշանի հետ: Մեխանիկական կողմում ուժի փոփոխական բաղադրիչի համար մտցնում ենք $f_{\sim}$ նշանակումը, հոսանքի փոփոխական բաղադրիչի համար՝ $i_{\sim}$, լիցքի քանակի փոքր փոփոխության համար՝ $q_{\sim}$, շրջադիրների հեռավորության փոքր փոփոխության համար՝ $l_{\sim}$: Ուրեմն կգրանցվի՝

$$\begin{cases} i_{\sim} = \frac{U_{\mathcal{U}}}{R} - \frac{q_{\sim}}{RC_0} - \left(\frac{E_0}{R}\right) l_{\sim}, \\ f_{\sim} = k_0 l_{\sim} + E_0 q_{\sim}: \end{cases} \quad (3')$$

$$(4')$$

Հաջորդ ձևափոխություններում նպատակահարմար է $\tilde{p} = d/dt$ դիֆերենցիալ օպերատորի գործածումը: Օրինակ՝ կհամարենք, որ $i_{\sim} = \tilde{p} q_{\sim}$, ինչպես նաև՝ $v_{\sim} = \tilde{p} l_{\sim}$: Դա հնարավորություն է տալիս (3')-ից ստանալու՝

$$q_{\sim} = \frac{C_0(U_{\mathcal{U}} - E_0 l_{\sim})}{1 + \tilde{p} RC_0}: \quad (5)$$

Իսկապես,

$$\begin{aligned} \tilde{p} q_{\sim} &= \frac{U_{\mathcal{U}}}{R} - \frac{q_{\sim}}{RC_0} - \left(\frac{E_0}{R}\right) l_{\sim}, & q_{\sim} + \frac{q_{\sim}}{\tilde{p} RC_0} &= \frac{U_{\mathcal{U}}}{\tilde{p} R} - \frac{E_0}{\tilde{p} R} l_{\sim}, \\ q_{\sim} \left(1 + \frac{1}{\tilde{p} RC_0}\right) &= \frac{1}{\tilde{p}} \left(\frac{U_{\mathcal{U}}}{R} - \frac{E_0}{R} l_{\sim}\right) = \frac{1}{\tilde{p} R} (U_{\mathcal{U}} - E_0 l_{\sim}), \\ q_{\sim} &= \frac{U_{\mathcal{U}} - E_0 l_{\sim}}{\tilde{p} R \left(1 + \frac{1}{\tilde{p} RC_0}\right)} = \frac{U_{\mathcal{U}} - E_0 l_{\sim}}{\tilde{p} R + \frac{1}{C_0}}, \end{aligned}$$

ինչը համընկնում է (5)-ի հետ:

Համանման մոտեցումով կփոխակերպվի (4')-ը: Կստանանք՝

$$f_{\sim} = k_0 l_{\sim} + E_0 C_0 \frac{U_{\mathcal{U}} - E_0 l_{\sim}}{1 + \tilde{p} RC_0}: \quad (6)$$

Քանի որ մեխանիկական մուտքի կողմում առկա է համակարգի հանդեպ (6) տեսքի փոփոխական ուժային ներգործություն, ապա գոյանում է $\frac{f_{\sim}}{v_{\sim}}$ տեսքի հարաբերություն: Այն իրենից ներկայացնում է մեխանիկական մուտքային դիմադրություն՝

$$\begin{aligned} \frac{f_{\sim}}{v_{\sim}} &= \frac{k_0}{\tilde{p}} + \frac{E_0 C_0 (U_{\sim} - E_0 l_{\sim})}{\tilde{v}(1 + \tilde{p} R C_0)} = \frac{k_0}{\tilde{p}} + \frac{E_0 C_0 (U_{\sim} - E_0 l_{\sim})}{\tilde{p} l_{\sim} (1 + \tilde{p} R C_0)} = \\ &= \frac{k_0}{\tilde{p}} - \frac{E_0^2 C_0}{\tilde{p} (1 + \tilde{p} R C_0)} + \frac{E_0 C_0 U_{\sim}}{\tilde{p} (1 + \tilde{p} R C_0) l_{\sim}} : \end{aligned} \quad (7)$$

Ինչպես հայտնի է, $\tilde{p}$ օպերատորի կիրառումը ներդաշնակ ֆունկցիայի հանդեպ բերում է $j\omega$ արտադրիչի առաջացմանը, այսինքն՝ $\tilde{p}$ օպերատորը ուղղակի փոխարինվում է $j\omega$ -ով: Օգտվելով դրանից և նկատի ունենալով $U_{\sim}$ և $f_{\sim}$ մեծությունների սինուսոիդալ բնույթը՝ $U_{\sim} = U_m \sin \nu t = \operatorname{Im}(U_m e^{j\nu t})$ և $f_{\sim} = f_m \sin(\Omega t + \varphi_0)$ ՝ կատանանք մուտքային մեխանիկական դիմադրության (իմպեդանսի) հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{f_{\sim}}{v_{\sim}} = \mathcal{R}(\omega)|_{\omega=\nu=\Omega} = \frac{k_0}{j\omega} - \frac{E_0^2 C_0 / j\omega}{1 + j\omega R C_0} + \frac{E_0 C_0 / j\omega}{1 + j\omega R C_0} \frac{U_{\sim}}{l_{\sim}} : \quad (8)$$

Ինչպես ընդունված է կոմպլեքս լայնությունների մեթոդում, կարելի է (8)-ի մեջ փոխակերպել $\frac{U_{\sim}}{l_{\sim}}$ հարաբերությունը՝ հաշվի առնելով, որ $U_{\sim}(t)$ և $l(t)$ մեծությունները ունեն միևնույն հաճախականություն: Բացի դրանից, կարելի է առանձնացնել $\mathcal{R}(\omega)$ իմպեդանսի ակտիվ և ռեակտիվ բաղադրիչները՝ (8)-ում ազատվելով կոմպլեքս հայտարարից: Հաջորդաբար կունենանք՝

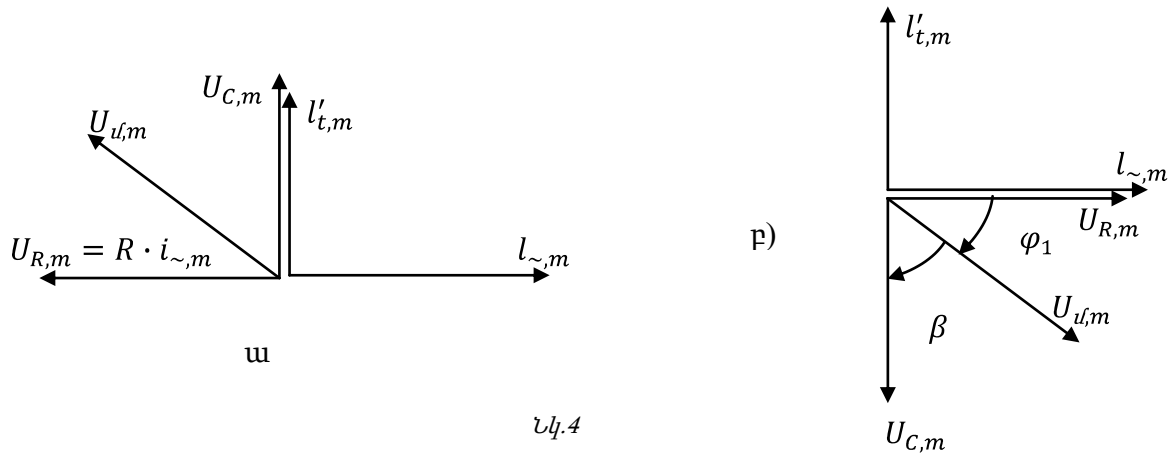
$$\begin{aligned} \frac{U_{\sim}}{l_{\sim}} &= \frac{\dot{U}_{\sim m}}{\dot{l}_m} = \frac{U_{\sim m}}{l_m} e^{-j\varphi_1}, \\ \text{և} \quad \mathcal{R}(\omega) &= \frac{k_0}{j\omega} - E_0^2 \frac{C_0 / j\omega}{1 + j\omega R C_0} + E_0 \frac{C_0 / j\omega}{1 + j\omega R C_0} \frac{U_{\sim m}}{l_m} e^{-j\varphi_1} = \\ &= \frac{k_0}{j\omega} - E_0^2 \frac{j\omega (1 - j\omega R C_0)}{1 + \omega^2 R^2 C_0^2} + E_0 \frac{j\omega (1 - j\omega R C_0)}{1 + \omega^2 R^2 C_0^2} \frac{U_{\sim m}}{l_m} e^{-j\varphi_1} : \end{aligned} \quad (8')$$

Եթե մտցնենք նաև լրացուցիչ β անկյուն՝ պահանջելով, որ տեղի ունենա $\operatorname{tg} \beta = \omega R C_0$, ապա կգրանցվի՝

$$\begin{aligned} \mathcal{R}(\omega) &= \frac{1}{j\omega} \left[k_0 - E_0^2 \frac{C_0}{1 + (\omega R C_0)^2} \right] + \frac{E_0^2 R C_0^2}{1 + (\omega R C_0)^2} - \frac{E_0 C_0 U_{\sim m}}{\omega l_m} \frac{\sin(\varphi_1 + \beta)}{\sqrt{1 + (\omega R C_0)^2}} \\ &\quad + \frac{E_0 C_0 U_{\sim m}}{j\omega l_m} \frac{\cos(\varphi_1 + \beta)}{\sqrt{1 + (\omega R C_0)^2}} : \end{aligned} \quad (9)$$

Կարելի է նկատել, որ $\sin(\varphi_1 + \beta) = 1$ դեպքում ներմուծվում է առավելագույն բացասական դիմադրություն՝ ընձեռնելով ընդհանուր իմպեդանսի ակտիվ մասի նշանափոխության հնարավորություն: Տեսնում ենք նաև, որ ի սկզբանե առկա ակտիվ կորուստները կապված են շղթայի R դիմադրության հետ: Վերջինիս աճի հետ դրանք նվազում են, սակայն չեն կարող բերվել զրոյի, քանի որ $R \rightarrow \infty$ սահմանում կմերժվի լիցքի ցանկացած տեղափոխություն:

Վերջավոր R -ի և $\tau = R C_0 \gg 2\pi/\Omega$ ժամանակային հաստատունի պայմանում RC- շղթա ներմուծվող էլեկտրական իմպեդանսի մեջ բացասական ակտիվ բաղադրիչը ստացվում է առավելագույնը, եթե $U_c(t)$ -ի և $l'_t = v(t)$ - ի փուլերը նույնն են:



Նկ.4-ով տրված ա) և բ) կառուցումները փուլային առումով ապահովում են համապատասխանաբար էլեկտրական և մեխանիկական բացասական դիմադրությունների ներմուծումը՝ նրանց մաքսիմումի ստացումով: Վեկտորային դիագրամները տարբերվում են հատկապես կապված այն բանի հետ, որ անդրադարձվում է $U_{L,m}$ վեկտորը (առաջ կամ ետ է անցնում π շաղիանով): Մեխանիկական տատանումների ամենաարդյունավետ ռեզոնանսային բերող դեպքում $U_{L,m}$ -ի ազդանշանային աղբյուրով պայմանավորվող հոսանքը պետք է հասցվի իր մաքսիմումին, երբ մոդուլացվող ունակությունը դառնում է նվազագույնը: Այդ պահին $l(t)$ -ն հասնում է իր մաքսիմումին: Այդպես կարգավորված համակարգում $U_R(t)$ և $l_{L,m}(t)$ պարբերական ֆունկցիաները սինֆազ են:

Անդրադառնալով (9) իմպենդանսի մյուս (ռեակտիվ) բաղադրիչներին՝ նկատում ենք, որ կապի կոնդենսատորում դրսևորվող դեֆորմացիոն կոշտությունը իզոլիցքային պայմաններում կլինի ամենաբարձրը՝ հավասար k_0 -ին: Իրոք, $RC_0 \gg 2\pi/\Omega$ պայմանը կարող է բերել մի ռեժիմի, երբ կոնդենսատորի տատանվող շրջադրի լիցքը գործնականում չի հասցնում փոփոխվել: Ճիշտ հակառակ պարագայում, երբ տեղի ունի $RC_0 \ll 2\pi/\Omega$, կոշտությունը նվազում է՝ զիջելով առաջինին մոտավորապես $E_0 q_0 / l_0$ -ի չափով: Այս գնահատումները, իհարկե, պայմանական են: Հաշվի չի առնված $U_{L,m}$ ազդանշանի ազդեցությունը և: Պարզվում է, որ արված գնահատումները, այնուամենայնիվ, կմնան ուժի մեջ, եթե փուլային կապերում ձեռք է բերված ռեզոնանսային առավելագույնս նպաստող ռեժիմը, այն է՝ $\varphi_1 + \beta = \pi/2$, $\sin(\varphi_1 + \beta) = 1$: Դա ապահովում է մեխանիկական իմպենդանսի ռեակտիվ բաղադրիչի անկախությունը $U_{L,m}$ -ից՝ $\cos(\varphi_1 + \beta) = 0$ պատճառով:

Գործնականում հավանական է դառնում, որ մեխանիկական կողմում, այնուամենայնիվ, կներմուծվի որոշ հավելյալ (դրական կամ բացասական) ռեակտիվություն՝ իր մոդուլով համեմատական ազդանշանային $U_{L,m}$ լայնույթին և կոնդենսատորի դաշտի միջին E_0 լարվածությանը: Նույնպիսի համեմատականություն տեղի ունի նաև ներմուծվող ակտիվ բաղադրիչի մոդուլի համար, և կարևոր է դառնում պարզորոշել $U_{L,m}$ -ին ներկայացվող շեմային պահանջը՝ ռեզոնանսային ակնկալիքի և միաժամանակ (2')-ին բավարարելու իմաստով:

Պահանջենք, որ (9)-ում տեղի ունենա՝

$$\frac{E_0^2 RC_0^2}{1 + (\omega RC_0)^2} - \frac{E_0 C_0 U_{L,m}}{\omega l_{L,m}} \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC_0)^2}} \leq 0,$$

իսկ $RC_0 \gg 2\pi/\Omega$ դեպքում պարզապես ունենանք $\frac{E_0}{\Omega^2 R} \left[E_0 - \frac{U_{L,m}}{l_{L,m}} \right] \leq 0$:

Այստեղից կստանանք՝

$$\frac{U_0}{l_0} - \frac{U_{L,m}}{l_{L,m}} \leq 0, \quad \frac{U_{L,m}}{U_0} \geq \frac{l_{L,m}}{l_0}, \quad U_{L,m} \geq E_0 l_{L,m} : \quad (10)$$

Եթե ունենք 10 Վ-ի կարգի U_0 և $l_0 \approx 1$ մմ, ապա կստանանք $E_0 \sim 10^4$ Վ/մ: Ենթադրենք՝ տատանումների լայնույթը $l_{\sim, m} \sim 1 \div 10$ մմ է և, ուրեմն, ճեղքի հարաբերական փոփոխությունը կոնդենսատորում չի գերազանցում 1%-ը: Նման դեպքում ռեզոնանսային սկզբնավորումը ապահովող մուտքային ազդանշանի լայնույթն է $U_{\text{մ}, m} = 0,1$ Վ: Այսպիսի լարում կարելի է ապահովել տվիչի արձագանքի համապատասխան ուժեղացումով, երբ նախօրոք վերադարձ կապ է հաստատված ունակային փոխակերպիչից դեպի մուտքային ազդանշանի աղբյուրը՝ միջնորդված ուժեղացման և փուլի պտտման հանգույցներով: Դա ընդունված մոտեցում է և գործածվում է կայուն հաճախությունների ստացման աշխատանքներում:

Հաճախականությունների կայունացման խնդիրը և դրանում տատանողական մեխանիկական համակարգերի օգտագործումը շարունակական մշակման մեջ են տեխնիկայում [2] և գիտական լաբորատորիաներում [3,4]: Դա կապված է հատկապես այն բանի հետ, որ մեխանիկական տատանակներում սեփական հաճախականությունների կախվածությունը արտաքին պայմաններից սովորաբար թույլ է, քան էլեկտրականներում, իսկ դա շահեկան նախադրյալ է:

Գրականություն

1. Никифоров А.Н., Электромеханическая параметрическая система с переменной емкостью, Известия высших учебных заведений, Физика, N9, 1970, с. 64-67.
2. Джонсон Р.А., Механические фильтры в электронике, М., Мир, 1986, с.113.
3. Слабкий Л.И. Методы и приборы предельных измерений в экспериментальной физике. М., Наука, 1973, с.167.
4. Брагинский В.Б., Митрофанов В.П., Панов В.И., Системы с малой диссипацией. М., Наука, 1981, с.128.

Տեղեկություններ հեղինակների մասին

Մելիս Մինասյան – ֆիզ.մաթ. գիտ. թեկնածու, ԱրՊՀ ընդհանուր և կիրառական ֆիզիկայի ամբիոնի դոցենտ

E-mail: mels40@mail.ru

Աննա Մինասյան – ԱրՊՀ ընդհանուր և կիրառական ֆիզիկայի ամբիոն

E-mail: anshog@mail.ru

Արտակ Մկրտչյան – ԱրՊՀ ընդհանուր և կիրառական ֆիզիկայի ամբիոնի մագիստրանտ

E-mail: mkrtichyanartak@mail.ru

Հոդվածը տպագրության է ներառվում խմբագրական կոլեկիայի անդամ, ֆ.մ.գ. դ. Ա.Գ.Ալեքսանյանը

ՀՏԴ 371.31:53

Ֆիզիկա

ՋԵՐՄԱՇԱՐԺԻՉՆԵՐԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ

ՄԿԶԲՈՒՆՔՆԵՐԸ ԵՎ ՆՐԱՆՑ ՕԳԳ-Ն

Կարեն ԱՐԱՄՅԱՆ

Բանալի բառեր՝ Թերմոդինամիկա, ջերմաշարժիչներ, Կառնոյի ցիկլ, ջեռուցիչ, սառնարան, աշխատանք, ջերմաքանակ, հավասարակշիռ պրոցես, դարձելի պրոցես, օգտակար գործողության գործակից:

Ключевые слова: Термодинамика, тепловые двигатели, цикл Карно, нагреватель, холодильник, работа, количество теплоты, равновесный процесс, обратимые процессы, коэффициент полезного действия

Keywords: Thermodynamics, heat engines, Carnot cycle, heater, refrigerator, work, quantity of heat, reversible process, the efficiency of the action

К. Арамян

Физические принципы работы тепловых двигателей и их КПД

В работе обсуждается одна из традиционных тем как школьного, так и вузовского курсов физики- физические принципы работы тепловых двигателей и те фундаментальные физические законы, на которых основана работа тепловых двигателей. Особенно подчеркивается, что равновесность, и, соответственно, обратимость процессов являются краеугольным камнем доказательства теоремы Карно.

Указывается, что известный вид цикла однозначно следует из требования обратимости всех процессов, так же как и из требования получения максимального КПД.

По аналогии с формулой элементарной работы предлагается пользоваться также формулой элементарного количества теплоты, основываясь на которой простым способом можно вывести формулу для коэффициента полезного действия цикла Карно.

K. Aramyan

Physical Principles of Heat Engines and Their Coefficient of Efficiency

The article discusses one of traditional themes of university and school physics curriculum that is the physical principles of the work of heat engines and the fundamental physical laws, on which the work of the heat engines is based.

It is especially noted that equilibrium and, accordingly, reversibility of the processes are the cornerstone of the proof of Carnot's theorem.

It is indicated that the known type of cycle unambiguously follows from the requirement of reversibility of all processes, as well as from the requirement to obtain the maximum efficiency.

By analogy with the formula of the work, it is proposed to use the formula of elementary quantity of heat on the base of which, by a simple method, a formula for the efficiency of Carnot's cycle can be derived.

Հոդվածում քննարկվում է ֆիզիկայի դպրոցական և բուհական դասընթացների ավանդական թեման՝ ջերմաշարժիչների աշխատանքի ֆիզիկական սկզբունքները և այն հիմնարար օրենքները, որոնց վրա հիմնված է ջերմաշարժիչների աշխատանքը:

Հատկապես նշվում է, որ պրոցեսների հավասարակշիռ լինելը Կառնոյի ցիկլի և Կառնոյի թերմոմի ապացուցման հիմնաքարն է:

Ընդգծվում է, որ Կառնոյի ցիկլի հայտնի տեսքը միարժեքորեն բխում է պրոցեսների հավասարակշիռ լինելու պայմանից, ինչպես նաև առավելագույն ՕԳԳ ստանալու անհրաժեշտությունից:

Տարրական աշխատանքի բանաձևի նման առաջարկվում է օգտվել նաև տարրական ջերմաքանակի բանաձևից, որի վրա հիմնվելով՝ պարզ եղանակով ստացվում է Կառնոյի ցիկլի ՕԳԳ-ի բանաձևը:

Դպրոցական դասընթացում նշված թեման ավանդաբար դասավանդվում է՝ չնշելով պրոցեսների շրջելիության նշանակաթյունը և պայմանները, հատկապես ջերմությունը մեխանիկական աշխատանքի փոխակերպելու համար այն հիմնարար պայմանը, որի համաձայն համակարգում անհրաժեշտ է ունենալ ջերմաստիճանների տարբերություն, որի դեպքում միայն առաջանում է ջերմության հոսք՝ ջեռուցիչից դեպի սառնարան: Ջերմության հոսքը ուղեկցվում գազի հոսքով, որը արգելակելով կարող ենք ստանալ մեխանիկական աշխատանք: Այլապես սովորողի համար

լիովին անհասկանալի է, օրինակ, սառնարանի առկայության անհրաժեշտությունը մեքենայի մոդելում:

Դպրոցական դասընթացի համապատասխան թեմայում կարդում ենք. «Գազը, որպեսզի կարողանա նորից աշխատանք կատարել, պետք է վերադարձվի սկզբնական վիճակին: Գազի վիճակի փոփոխությունների համախումբը, որի հետևանքով գազը վերադառնում է սկզբնական վիճակին, կոչվում է շրջանային պրոցես կամ ցիկլ» [1]:

Հիմնարարար նշանակություն ունի այն, թե երբ գազը կարելի է վերադարձնել սկզբնական վիճակին: Ինչպես հայտնի է, դա կարելի է անել միայն հավասարակշիռ պրոցեսների ժամանակ, երբ բացակայում են ջերմության և գազի անկառավարելի հոսքերը: Որպես օրինակ կարելի է դիտարկել հետևյալ մոտվի փորձը: Դիցուք անոթը միջնորմով բաժանված է երկու մասի, որոնցից մեկում առկա է գազ, իսկ մյուսը՝ դատարկ է: Եթե բացենք միջնորմում գտնվող ծորակը, ապա տեղի կունենա գազի անկառավարելի, ինքնաբերաբար ընդարձակում, և պրոցեսի ընթացքում հնարավոր չէ նշել գազի զբաղեցրած ծավալի սահմանները, իսկ ճնշումը, խտությունը, ինչպես նաև ջերմաստիճանը կետից կետ փոփոխվում են: Այդ դեպքում մենք չենք կարող կրկնել պրոցեսը հակառակ ուղղությամբ, այն դարձելի չէ:

Իսկ եթե միջնորմը շարժվի բավականին դանդաղ, այնպես, որ ամեն մի փուլում գազը հասցնի հավասարակշռվել, և տվյալ պահին գազը նկարագրող պարամետրերի արժեքները նույնն են գազի ամբողջ ծավալում, ապա այդպիսի հավասարակշիռ վիճակների շղթան կարելի է կրկնել հակառակ ուղղությամբ, և պրոցեսը կլինի դարձելի:

Հիմնարար փաստ է այն, որ ջեռուցչի և սառնարանի տվյալ ջերմաստիճանների դեպքում դարձելի մեքենայի ՕԳԳ-ն է առավելագույնը, և այն կախված չէ մեքենայի բանոդ մարմնի նյութի տեսակից [2]: Այդ պնդումը կազմում է Կառնոյի թեորեմի բովանդակությունը, որի ապացուցման համար Ս.Կառնոյին պետք չեկավ կիրառել էներգիայի պահպանման օրենքը ջերմային պրոցեսների դիտարկման ժամանակ, առավելապես, որ այն ժամանակ թերմոդինամիկայի 1-ին օրենքը դեռ ձևակերպված չէր:

Ըստ Ռ.Ֆեյնմանի [3] այդ թեորեմի՝ Սադի Կառնոյին պատկանող ապացուցումը ֆիզիկայի պատմության մեջ ամենագեղեցիկ դատողություններից մեկն է, և ձևական ու անհասկանալի շարադրանքի փոխարեն կարելի է ներկայացնել այն, առավելապես, որ թեորեմի ապացուցումը հասկանալի պահանջում է միայն մտքի ճկունություն և տրամաբանության առկայություն: Առավելապես, որ դասավանդման հիմնական նպատակը ոչ թե փաստերի հավաքածուի փոխանցումն է, այլ գիտելիքի հանդեպ գործունե հետաքրքրության առաջացումը, որպեսզի «ինչու» հարցը ուղեկից լինի սովորողին ամբողջ կյանքի ընթացքում:

Կառնոյի թեորեմի հիմնական բովանդակությունն այն է, որ հենց ջերմային մեքենայի դարձելի լինելն է ապահովում առավելագույն ՕԳԳ-ն, և ջերմային մեքենաների մասին խոսելիս անպայման պետք է պարզաբանել նշված հարցը, ինչպես նաև ջերմադինամիկայի երկրորդ սկզբունքի պարզագույն ձևակերպումը (Կլաուզիուս), որի համաձայն ջերմությունը ինքնաբերաբար հոսում է տաք մարմնից դեպի սառը մարմինը, և մեքենայի սառնարանի առկայությունը հենց պայմանավորված է ջերմության հոսքի ստեղծման անհրաժեշտությամբ: Ինչպես նաև այն, որ իրականում սառնարանի դերը կատարում է շրջակա միջավայրը, որի ջերմաստիճանը շատ ավելի ցածր է, քան վառելիքի այրման ժամանակ ստացվող ջերմաստիճանները:

Բերենք ևս մեկ պարբերություն դպրոցական դասընթացից՝ «Այս խնդիրը լուծել է Սադի Կարնոն 1824 թ.: Նա ցույց է տվել, որ ամենաշահավետը 2 իզոթերմ և երկու ադիաբատ պրոցեսներից բաղկացած շրջանային պրոցեսն է (Կառնոյի ցիկլ)»:

Սակայն գազի՝ ջեռուցչի և սառնարանի հետ հալման ժամանակ պրոցեսների իզոթերմ լինելը բավականին պարզ կարելի է բացատրել՝ ելնելով ջերմության՝ առանց աշխատանք կատարելու ինքնաբերաբար հոսքերի բացակայության անհրաժեշտությունից, ինչը բխում է առավելագույն ՕԳԳ ստանալու նախապայմանից [1]: Իրոք, եթե կոնտաքտի ժամանակ գազի ջերմաստիճանը լինի ավելի ցածր, քան ջեռուցչի ջերմաստիճանն է, ապա կառաջանա ջերմության ինքնաբերաբար հոսք ջեռուցչից դեպի գազը, որը չի ուղեկցվում աշխատանք կատարելով, ինչը հակասում է առավելագույն ՕԳԳ ստանալու պայմանին:

Շրջելիության վրա հիմնված Կառնոյի թեորեմի ապացուցումը [2] չի ընդգրկում պրոցեսների շրջելիությունից բացի որևէ այլ հիմնարար բնույթի տեղեկություն և ծառայում է որպես տրամաբանական նուրբ դատողությունների փայլուն օրինակ, և այդ ապացուցմանը չի խանգարում անդրադառնալ գոնե խորացված ուսումնասիրության դեպքում:

Դիցուք A մեքենան T_1 ջերմաստիճանում ջեռուցչից ստանում է Q_1 ջերմաքանակ, կատարում է W աշխատանք և վերադարձնում սառնարանին որոշակի ջերմաքանակ T_2 ջերմաստիճանում (տես նկ. 1): Դիցուք մենք ունենք ևս մեկ՝ B մեքենա, նույն ջեռուցչով և սառնառանով: Մենք նույնիսկ չենք հետաքրքրվում, դարձելի է արդյոք այդ մեքենան, թե ոչ: Ենթադրենք, որ B մեքենան կատարում $W' > W$ աշխատանք: B մեքենան ջեռուցչից ստանում է Q_1 ջերմաքանակ T_1 ջերմաստիճանում, կատարում է W' աշխատանք, և ջերմաքանակի մյուս մասը հաղորդում է սառնառանին: Օգտագործելով այն, որ A մեքենան դարձելի է, կատարենք W աշխատանք՝ աշխատացնելով A մեքենան հակառակ ուղղությամբ: Այդ ընթացքում այն սառնառանից կվերցնի Q_2 ջերմաքանակ T_2 ջերմաստիճանում և ջեռուցչին կվերադարձնի Q_1 ջերմաքանակ T_1 ջերմաստիճանում: Ո՞րն է այդ կրկնակի ցիկլի մաքուր արդյունքը: Մենք ամեն ինչ վերադարձրել ենք սկզբնական վիճակին և կատարել ենք $W' - W$ աշխատանք: Արդյունքում սառնառանից անջատեցինք $Q_1 - Q_2 = W' - W$ էներգիա՝ հաղորդելով այն ավելի բարձր ջերմաստիճան ունեցող ջեռուցչին, և կատարեցինք աշխատանք: Սակայն ըստ Կառնոյի պոստուլատի՝ արգելվում է առանց շրջապատում տեղի ունեցող փոփոխությունների ավելի ցածր ջերմաստիճանում գտնվող մարմնից ջերմաքանակ հաղորդել ավելի բարձր ջերմաստիճան ունեցող մարմնին և կատարել աշխատանք:

Հիմա ենթադրենք, որ B մեքենան նույնպես դարձելի է: Այդ դեպքում ոչ միայն $W' > W$, այլև $W > W'$: Որպեսզի ապացուցենք դա, բավական է նախորդի համեմատ շրջել մեքենայի աշխատանքը: Այսպիսով, եթե երկու մեքենաներն ել դարձելի են, ապա նրանք պետք է կատարեն հավասար աշխատանք: Մենք եկանք Կառնոյի փայլուն արդյունքին՝ եթե մեքենան դարձելի է, ապա նշանակություն չունի, թե ինձպես է ջերմությունը փոխակերպվում աշխատանքի: Դարձելի մեքենայի աշխատանքը կախված չէ մեքենայի կառուցվածքից, և այն առավելագույնն է ջեռուցչի և սառնարանի տվյալ ջերմաստիճանում:

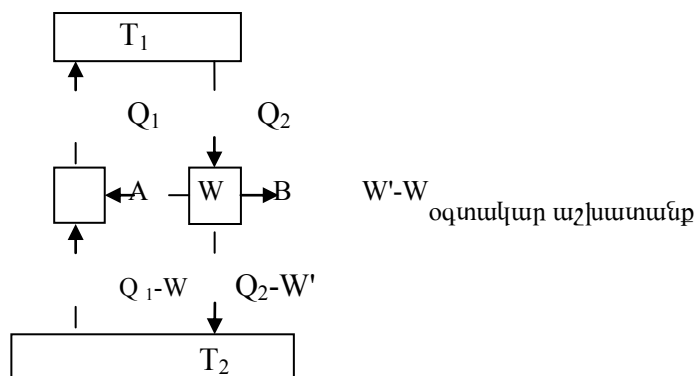
Այսպիսով՝ նշված թեման բացատրելիս պետք է առաջին հերթին հիմնվել բոլոր պրոցեսների դարձելի լինելու անհրաժեշտության և այն փաստի վրա, որ այդ պայմանից բխում է հենց Կառնոյի ցիկլի առավելագույն ՕԳԳ-ն ապահովելու երևույթը:

Մեր կարծիքով, դպրոցականան դասընթացում կարելի է դիտարկել նաև Կառնոյի ցիկլի ՕԳԳ-ի հաշվման նպատակահարմարությունը՝ հիմնվելով հետևյալ դատողությունների վրա [1]: Դպրոցական դասընթացից զիտենք, որ գազի ծավալի անվերջ փոքր փոփոխության ժամանակ կատարած աշխատանքը $\Delta W = P \cdot \Delta V$, որտեղ P -ն -գազի ճնշումն է, ΔV -ն -գազի ծավալի փոփոխությունը: Այդ բանաձևը հետևում է մեխանիկական աշխատանքի սահմանումից, և նշանակում է, որ ծավալի տվյալ փոփոխության դեպքում ավելի մեծ աշխատանք կատարվում է ավելի մեծ ճնշման դեպքում:

Ջերմափոխանակումը ավելի ինտենսիվ է կատարվում ավելի մեծ ջերմաստճանների տարբերության դեպքում: Ինչպես մեխանիկական աշխատանք կատարվելու համար անհրաժեշտ է կոորդինատի փոփոխություն, այնպես էլ, հաշվի առնելով թերմոդինամիկայի I-ին սկզբունքով հաստատվող աշխատանքի և ջերմաքանակի համարժեքությունը, կարելի է ենթադրել, որ ջերմափոխանակման հավասարակշիռ պրոցեսների ժամանակ գոյություն ունի պարամետր, կամ «ջերմադինամիկական կոորդինատ», որի փոփոխության ժամանակ միայն կարող է տեղի ունենալ ջերմափոխանակում: Մեծ ուժի, բարձր ճնշման առկայությունը դեռ չեն նշանակում, որ կատարվում է աշխատանք՝ անհրաժեշտ է տեղափոխություն:

Ջերմաստիճանների տարբերության առկայությունը դեռ չի նշանակում, որ կատարվում է ջերմափոխանակում՝ պետք է, փոփոխվի «ջերմադինամիկական կոորդինատը», ի հարկե, նորից նշելով պրոցեսի հավասարակշիռ լինելը: Հիմնվելով նշված դատողությունների վրա, կարելի է ենթադրել, որ ջերմափոխանակման հավասարակշիռ պրոցեսներում, օրինակ գազի և ջեռուցչի անվերջ փոքր ջերմաստիճանների տարբերության դեպքում, ջեռուցչից գազի ստացած (սառնառանին հաղորդած) ջերմաքանակի համար գոյություն ունի հետևյալ բանաձևը՝ $\Delta Q = \gamma \cdot \Delta T$, որտեղ բացարձակ ջերմաստիճանը հանդես է գալիս որպես «ջերմադինամիկական ուժ», իսկ S -ը՝ որպես «ջերմադինամիկական կոորդինատ» (Կլաուզիուս) [2]: Այդ S -ը անվանում են էնտրոպիա: Կարելի է նաև որոշ տեղեկություններ հաղորդել էնտրոպիայի հիմնարար բնույթի վերաբերյալ: Նշել նաև այն, որ էնտրոպիան ջերմափոխանակման պրոցեսը նկարագրելիս հանդիսանում է «բնական» փոփոխական:

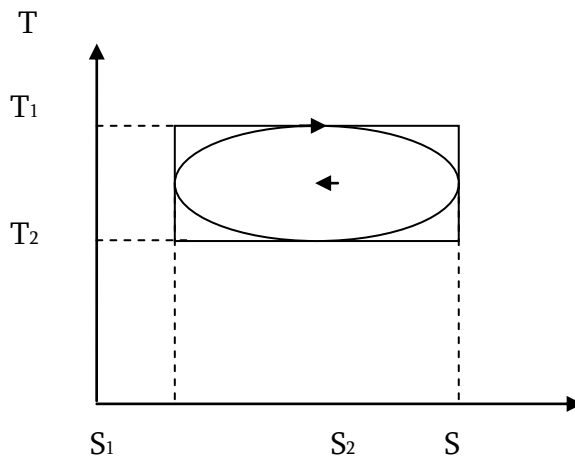
Որպես այդ վկայող կարևոր օրինակ կարելի է բերել Կառնոյի ցիկլի տեսքը (T - S) փոփոխականների գույգի միջոցով (տես նկ. 2)՝ նշելով, որ աղիաբատ պրոցեսում ջերմափոխանակումը բացակայում է, և եթե այն հավասարակշիռ է, ապա «ջերմադինամիկական կոորդինատը» չի փոփոխվում:



Նկ.1

Ինչպես (P-V) հարթության մեջ մեխանիկական աշխատանքը պատկերվում է Կառնոյի ցիկլի գրաֆիկով սահմանափակված կորի մակերեսով, այնպես էլ փոխանցվող ջերմաքանակը (T-S) հարթության մեջ պատկերվում է Կառնոյի ցիկլի ուղղանկյունաձև տեսք ունեցող գրաֆիկով: Սակայն այդպիսի «բնական փոփոխականերով» շատ ավելի պարզ է կատարվում Կառնոյի ցիկլի ՕԳԳ-ի հաշվարկը, ինչպես նաև ապացուցումը այն փաստի, որ ցիկլի ՕԳԳ-ն կախված չէ բանոդ մարմնի տեսակից: Չէ՞ որ (T-S) հարթության մեջ ցիկլը պատկերվում է ուղղանկյունով՝ անկախ բանոդ մարմնի տեսակից:

(T-S) պարամետրերի օգտագործումը հնարավորություն է տալիս անմիջապես տեսնել այն, որ ջեռուցչի և սառնարանի տվյալ ջերմաստիճանների դեպքում Կառնոյի ցիկլի ՕԳԳ-ն առավելագույնն է: Չէ՞ որ ցանկացած ներգծած կորի սահմանափակված մակերեսը ավելի փոքր է, քան ուղղանկյան մակերեսը:



Նկ.2

Անմիջապես կարելի է հաշվել նաև Կառնոյի ցիկլի ՕԳԳ-ն:

Ջեռուցչից ստացած ջերմաքանակը՝

$$Q_1 = T_1(S_2 - S_1),$$

Սառնարանին տված ջերմաքանակը՝

$$|Q_2| = T_2(S_2 - S_1),$$

Ցիկլի օգտակար գործողության գործակիցը՝

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1(S_2 - S_1) - T_2(S_2 - S_1)}{T_1(S_2 - S_1)} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Եզրակացություն:

Վերև բերված դիտարկման հիմնական նպատակն է հայտնել այն համոզմունքը, որ ուսման բուն նպատակը ոչ թե տեղեկությունների մեխանիկական հաղորդումն է, այլ պարզ հիմնարար սկզբունքների վրա հիմնված դատողություններն են, որոնք սովորողի մոտ կարող են առաջացնել հետաքրքրություն ուսումնասիրվող նյութի հանդեպ: Միայն այդպիսի մոտեցումը կարող է հաղորդել գործուն գիտելիքներ, որոնք ստիպում են սովորողին գոնե մասնակիորեն վերապրել այն ոգևորությունը, որն ապրում է հետազոտողը բնության գաղտնիքներին առնչվելու և նրանք բացահայտելու ժամանակ: Հետաքրքրություն և զարմանք՝ դրանք ենք հիմնական արդյունքը և ուղեցույցը գիտելիքին առնչվելիս:

Գրականություն

1. Է.Ղազարյան, Ա.Կիրակոսյան, Գ.Մելիքյան և այլք, «Ֆիզիկա-11», ավագ դպրոցի դասագիրք, Երևան, «Էդիտ Պրինտ», 2010 թ. 368 էջ:
2. Р.Фейнман, Р.Лейтон, М.Сендс, Фейнмановские лекции по физике, т. 4, “Кинетика, теплота, звук”, Москва, “Мир”, 1965.
3. Ի.Կ.Կիկոնին, Ա.Կ.Կիկոնին, Մոլեկուլյար ֆիզիկա, Երևան, «Լույս», 1968:
4. Ю.Б.Румер, М.Ш.Рывкин, Термодинамика, статистическая физика и кинетика, Москва, “Наука”, 1977.

Տեղեկություններ հեղինակի մասին

Կարեն Արամյան - ֆիզ.մաթ. գիտ. թեկնածու, պրոֆեսոր, ԱրՊՀ ֆիզիկամաթեմատիկական ֆակուլտետի դեկան
E-mail: k_aramyan@rambler.ru

Հոդվածը տպագրության է ներառվում խմբագրական կոլեկիայի անդամ, ֆ.մ.գ. դ. Ա.Գ.Ալեքսանյանը

ИЗМЕНЕНИЕ ЭНТРОПИИ В ГИБКОЦЕПНЫХ ПОЛИМЕРАХ ПРИ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

Камо МОВСИСЯН

Ключевые слова: энтропия, гибкоцепные полимеры, кристаллизация, термодинамический потенциал, фазовый переход.

Բանալի բառեր՝ էնտրոպիա, ճկուն շղթաներով պոլիմերներ, բյուրեղացում, թերմոդինամիական պոտենցիալ, ֆազային անցում:

Key words: entropy, flexible-chain polymers, cristalization, thermodynamic potential, phase transitions.

Լ. Մովսիսյան

Էնտրոպիայի փոփոխությունը ճկուն շղթաներով պոլիմերներում իզոթերմ բյուրեղացման դեպքում

Ուսումնասիրված է ճկուն շղթաներով պոլիմերներում կանոնավոր կառուցվածքի ձևավորումը՝ թերմոդինամիական ֆունկցիաների ադիտիվության հիման վրա:

Պոլիէթիլենի համար գնահատված է Θ մեծությունը և սառնցման աստիճանը, որը կապված է սաղմնաաջացման և միջբյուրեղական տիրություն ձևավորման անցումների հետ: Ստացված է արտահայտություն, որը հնարավորություն է տալիս որոշելու էնտրոպիայի փոփոխությունը իզոթերմ բյուրեղացման դեպքում:

K. Movsisyan

The Change of Entropy in the Polymers with Flexible Chains in Case of Isothermic Cristallization.

The function of adding heat to flexible-chain polymers has been observed θ . The amount of material and the degree of overfreezing are measured for polyethylene, in which an unbalanced processes promote the formation of crystal seeds and the growth of flexible inter-crystalline spheres.

A mathematical expression can be formulated which predicts the point at which entropy occurs and the material passes into a microbiophase crystalline state which then forms isothermic crystals at a predictable temperature.

Исследовано формирование упорядоченной структуры в гибкоцепных полимерах на основе аддитивности термодинамических функций. Оценено величина θ и степень переохлаждения для полиэтилена, при которых неизбежны неравновесные процессы, связанные с зародышеобразованием и релаксацией зацеплений в междокристаллитную область. Получено выражение, которое позволяет определить изменение удельной энтропии, возникающее в результате перехода расплава в микродвухфазное кристаллическое состояние при заданной температуре изотропической кристаллизации.

Введение

Цепные молекулы полимера являются гибкими образованиями, способными осуществлять широкий набор конформаций. Определенные значения какой-либо физической величины реализуются различными конформациями. Существует значение этой физической величины, которому соответствует наибольшее количество конформаций. В этом случае энтропия такого состояния цепной молекулы максимальна.

Поскольку различные конформации отличаются друг от друга энергетически, то изменение энтропии сопровождается изменениями внутренней энергии и других термодинамических функций. В связи с неизбежным взаимодействием, гибкость цепных молекул определяется не только самой молекулой, но и ее ближайшими соседями.

Способность полимеров к кристаллизации зависит от регулярности их цепи и возможности образования ими плотной упаковки (где обеспечивается оптимальная гибкость цепи). На основе экспериментальных данных (методом рассеяния рентгеновских лучей под большими углами) можно допустить, что зародыш образования и последующая кристаллизация в гибкоцепных полимерах будет протекать в ограниченных областях [1,2]. Экспериментальные данные [3] также позволяют предположить, что между различными частями полимерного расплава, в пространственной области с линейным размером $L(T)$ вдоль оси цепи, возможен обмен потоками конформационной энтропии. Следовательно, формирование упорядоченной структуры в гибкоцепных полимерах должно

сопровождаться структурными изменениями в некристаллических областях, примыкающих к растущему кристаллиту. Эти структурные изменения, в свою очередь, будут влиять не только на рост данного кристаллита, но также на зародышеобразование и рост соседних валентно связанных кристаллитов. Такая энтропийная обратная связь, возникающая в процессе кристаллизации, готовит систему из-за невозможности достижения глобального минимума свободной энергии (т.е. состояния с бесконечными размерами одиночного кристалла), к переходу в микродвухфазное полукристаллическое состояние, определяемое навязанными извне условиями. Таким образом, мы можем определить микрообласть, которая включает в себя в процессе кристаллизации кристаллит и валентно связанную с ним аморфную прослойку. Как раз в пределах этой микрообласти возможен обмен потоками энтропии благодаря обратной связи. В результате ни кристаллит, ни соседняя аморфная область не могут быть рассмотрены раздельно как термодинамически замкнутые системы.

С другой стороны, в аппроксимации, пренебрегающей данной обратной связью между микрообластями, их (микрообласти) можно рассматривать как термодинамически замкнутые системы. Для такого рода аппроксимации термодинамический потенциал формирования кристаллита с поперечным сечением S и толщиной l внутри микрообласти с заданной температурой T изотермической кристаллизации может быть представлена в виде

$$\Delta = \sigma_{\perp} + \sigma_{\parallel} \sqrt{Sl - l} (1 - T/T_m^0) Sl - \Delta_a \quad (1)$$

где $\sigma_{\perp}$ и $\sigma_{\parallel}$ - удельные торцевая и боковая поверхностные энергии. Δh и T_m^0 - удельная энтальпия и температура плавления идеального макроскопического кристалла, соответственно, s - постоянная, определяемая формой кристаллита. Изменение конформационной энтропии аморфной части микрообласти Δ_a , в процессе кристаллизации имеет вид [4]

$$\Delta_a = - \frac{3k\epsilon l}{2a(L - l)} \quad (2)$$

k - постоянная Больцмана, ϵ - относительное число аморфных участков валентно связанных с кристаллитом и мешающих его росту, a - эффективное поперечное сечение сегмента, L - размер микрообласти вдоль оси «с».

Выражение (2) получено с запретом межмолекулярных зацеплений в расплаве (для полимеров с невысокими молекулярными массами). В процессе кристаллизации, межмолекулярные зацепления должны вероятно покинуть области образования кристаллита и перейти в межкристаллитное пространство. Межмолекулярные зацепления накапливаясь в некристаллических областях, вызовут в растущем кристаллите осмотическое давление $P = n_e kTL/(L - l)$, где n_e - концентрация межмолекулярных зацеплений. Далее, принимая в расчет вклад этого давления в ΔS_a находим

$$T\Delta_a = - \frac{Sl}{L - l} - n_e kTLS \ln \frac{L}{L - l}; \sigma_{\parallel} \equiv \frac{3k\epsilon l}{2a} \quad (3)$$

Для того чтобы обеспечить полное термодинамическое описание частично кристаллического состояния полимера, необходимо добавить выражение для удельного термодинамического потенциала ΔG образования микродвухфазного кристаллического состояния в линейных гибкоцепных полимерах. Термодинамическая замкнутость микрообластей и аддитивность термодинамических функций позволяют выразить удельный термодинамический потенциал микродвухфазного кристаллического состояния в линейных гибкоцепных полимерах в виде:

$$\Delta G = N\Delta g = (1/LS)\Delta g \quad (4)$$

где N - концентрация микрообластей, L - размер микрообласти вдоль оси «с» кристаллита.

Подставляя (1) с учетом (3) в условие экстремума $(\partial \Delta g / \partial l)_{L,S} = 0$:

$(\partial \Delta g / \partial S)_{L,1} = 0$ получаем

$$2\sigma_s - \frac{\gamma\sigma_s}{2\sqrt{S}} - \sigma_s \left(\frac{1}{L-} \right) - e^{kTL} \left(\frac{1}{L-} - 1 \frac{L}{L-} \right) = \quad (5)$$

Это выражение описывает траекторию кристаллизации в плоскости $(\sqrt{S}, 1)$. В последующем можно предполагать, что кристаллизация происходит при небольших степенях переохлаждения $\Delta = T_m^0 - T$, и что кристаллиты имеют форму ламеллы, удовлетворяющую условию $\sqrt{S_f} / l_f \gg 1$ (S_f - конечная площадь поперечного сечения ламелярного кристаллита). В этом случае уравнение (5) позволяет определить конечную толщину l_f кристаллита, сформированного при заданной температуре T изотермической кристаллизации:

$$2\sigma_s - \sigma_s \left(\frac{l_f}{L-} \right) - e^{kTL} \left(\frac{l_f}{L-} - 1 \frac{L}{L-} \right) = \quad (5^*)$$

Для определения величины l_f из уравнения (5*) нужно знать величину L , т.е. толщину микрообласти. В соответствии с законами термодинамики, можно предположить, что существует равновесная толщина L^* микрообласти, которая приводит к концу процесса равновесной кристаллизации к минимуму ΔG . Тогда большой период L^* определится из следующего условия:

$$\left(\frac{\partial \Delta G}{\partial L} \right)_{T, \sqrt{S_f}/l_f \rightarrow \infty} = 0 \quad (6)$$

Условие (6) с учетом выражений (4), (1) и (3), а также соотношения (5*), в котором L конечно обозначает равновесную толщину L^* приводит к системе уравнений:

$$2\sigma_s - \frac{\Delta T}{T_m^0} l_f - \frac{2L^* l_f - l_f^2}{(L^* - l_f)^2} - e^{kTL^*} \frac{l_f}{L^* - l_f} = 0 \quad (7)$$

$$2\sigma_s - \sigma_s \left(\frac{l_f}{L^* - l_f} \right) - e^{kTL^*} \left(\frac{l_f}{L^* - l_f} - 1 \frac{L^*}{L^* - l_f} \right) = 0$$

При условии $\sqrt{S_f} / l_f \gg 1$, конечная степень кристалличности полимера может быть представлена в виде $\alpha = l_f / L^*$. Используя это последнее определение получаем систему уравнений

$$\frac{4\sigma_s}{\alpha} - \frac{\Delta T}{T_m^0} l_f + e^{kTl_f} \alpha^2 (\alpha - 1) - 2\sigma_s - \sigma_s \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) - e^{kTl_f} \alpha^2 (\alpha - 1) = 0 \quad (8)$$

где

$$f(\alpha_-) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{(n+2)(n+3)} \alpha_-^n; F(\alpha_-) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n+2} \alpha_-^n \quad (9)$$

При $\alpha_- \leq 0.8$ функция $f(\alpha_-)$ и $F(\alpha_-)$ изменяются в пределах $1/6 \leq f \leq 1$ и $1/2 \leq F \leq 3$. Полагая величину $\theta \equiv (n_e k T T_m^0 / \Delta h)$ (например, предположив что $T_m^0 = 415 \text{ K}$; $\Delta h = 2.8 \cdot 10^8 \text{ Дж/м}^3$; $l_e = 15 \text{ нм}$; ($n_e \approx l_e^{-3}$; l_e – среднее расстояние межмакромолекулярных зацеплений) получим для полиэтилена, $\theta \sim 10^{-7} \text{ K}$) можно пренебречь в первом уравнении системы (8) последним слагаемым. Тогда находим

$$l_f = l^* / \alpha_-; \quad l^* \equiv \sigma_- \Gamma_m^0 / \Delta \Delta \quad (10)$$

Второе уравнение системы (8) позволяет определить конечную степень кристалличности.

$$\alpha_- = l_f / [1 + \sqrt{\frac{3k\varepsilon}{2a(2\sigma_- - n_e k T l^*)}}] \quad (11)$$

Степень переохлаждения $\Delta T_{co} = T_m^0 - T_{co}$ (T_{co} – максимальная температура при которой еще возможно образование микродвухфазного кристаллического состояния) для полиэтилена, например согласно уравнению (11) в предположении

$\alpha_-(T_{co}) \approx 0.5$, равна $\Delta T_{co} \approx 10^{-4} \text{ K}$. Поэтому даже при $R \rightarrow \infty$ возможен переход к термодинамическому пределу $L^* \rightarrow \infty$, и можно было бы наблюдать фазовый переход кристалл-расплав в линейных гибкоцепных полимерах, в соответствии с уравнением (11), при $T_{co} < T_m^0$, и согласно закономерностям конечных систем он будет размытым.

При таких низких степенях переохлаждения будут неизбежны неравновесные процессы, связанные с зародышеобразованием и релаксацией зацеплений в межкристаллитную область. Если пренебречь диссипативными потерями в пределах микрообластей в процессе изотермической кристаллизации ($\text{grad } T = 0$) (т.е. пренебречь производством энтропии), тогда конформационная энтропия изменялась бы во времени кристаллизации t из-за оттока энтропии $I_s(t)$ из микрообласти. Обозначая время оттока энтропии через τ_s , легко записать $I_s(t) = [\Delta S_a(t) - \Delta S_a(\infty)] / \tau_s$. Теперь, используя уравнение баланса энтропии, получим

$$\Delta S_a(t) = \Delta S_a(\infty) [1 - \exp(-t/\tau_s)] \quad (12)$$

Это выражение описывает кинетику релаксации $\Delta S_a(t)$ в процессе изотермической кристаллизации. Когда кристаллит растущий в микрообласти достигает своей максимально возможной при заданной температуре толщины $l_f(T)$, ковалентно связанный с некристаллический слой претерпевает максимальное изменение конформационной энтропии $\Delta S(\infty)$. Для нахождения функциональной зависимости ΔS_a от толщины кристаллита, достигнутой к моменту времени t , $l(t)$, нужно вместо (12), написать выражение, описывающее кинетику линейного роста

$$l(t) - l^* = (l_f - l^*) [1 - \exp(-t/\tau)] \quad (13)$$

l^* – критическая толщина кристаллического зародыша, τ – время релаксации толщины кристаллита в процессе кристаллизации.

Выше для полимеров с невысоким молекулярным весом (отсутствие межмакромолекулярных зацеплений в расплаве) не принимали в расчет конечность размеров макромолекул в полимерном расплаве. Когда критическая толщина l^* кристаллического зародыша равняется $0.5 R$ (R^2 – среднее

квадратичное расстояние между концами цепи в расплаве), у полимерной системы имеется высокая вероятность наличия дефектов типа, описанных в работе [6], когда макромолекула, выходя из кристаллита, вновь вступают в тот же кристаллит, образуя петлю в аморфной прослойке. В этих условиях, петлеобразные участки цепей внесут основной вклад в ΔS_a ; эти дефекты положат предел как росту кристаллита, так и всему процессу кристаллизации. Анализ результатов, полученных в работе [5], позволяет получить

$$T\Delta_a = \sigma \frac{Sl}{L-}; \quad \sigma = \frac{3k\varepsilon}{2a(1-l^*/R)} \quad (14)$$

Подставляя (1) с учетом (14) в условия экстремума $(\partial \Delta g / \partial l)_{L,S} = 0$; $(\partial \Delta g / \partial S)_{L,l} = 0$, получим соотношение

$$2\sigma - \sigma / 2\sqrt{S} - \sigma / (L-l)^2 = 0, \quad (15)$$

описывающее траекторию фазового перехода в плоскости $(\sqrt{S}, l)$.

Условие (6) с учетом (14), (1) и (4), наряду с соотношением (15), приводит в пределе $\sqrt{S_f}/l_f \rightarrow \infty$ к системе уравнений

$$4\sigma - \frac{\Delta}{T_m^0} l_f + \frac{3k\varepsilon (2L^* - l_f) l_f}{2a(1-l^*/R)(L^* - l_f)^2} = 0 \quad (16)$$

$$2\sigma - \frac{3k\varepsilon l_f^2}{2a(1-l^*/R)(L^* - l_f)^2} = 0$$

При условии $\sqrt{S_f}/l_f \gg 1$, конечная степень кристалличности полимера может быть представлена как $\alpha = l_f/L^*$. Используя это определение и систему уравнений (16) для конечной степени кристалличности α , конечной толщины l_f кристаллита и большого периода L^* , получим следующие выражения

$$\alpha = l_f / [1 + \sqrt{\frac{3k\varepsilon}{4\sigma l_f (1-l^*/R)}}] \quad (17)$$

$$l_f = l^*/\alpha; \quad L^* = l^*/\alpha^2; \quad l^* = 4\sigma \varepsilon T_m^0 / \Delta h \Delta T \quad (18)$$

Подставляя уравнение (17) и (18) в выражение (4) и учитывая (1) и (14) получим следующее выражение для $\min \Delta G$

$$\min \Delta G = \Delta G(l_f, L^*, \sqrt{S_f}/l_f \rightarrow \infty) = \frac{\Delta}{2T_m^0} \alpha$$

Выражение (4) вместе с (1) и (14), а также с учетом (17) и (18), позволяет определить изменение удельной энтропии Δs , возникающее в результате перехода расплава в микродвухфазное

кристаллическое состояние при заданной температуре изотермической кристаллизации

$$-\Delta = \left(\partial \Delta / \partial T \right)_{L^*, l_f} = \frac{\Delta}{T_m^0} \alpha_s + \frac{\sigma}{l_f T} \alpha_s (1 - \alpha_s) \quad (19)$$

В частном случае, $\alpha_s = 1$ (который, строго говоря, невозможен, но вытекает как формальное следствие (17), когда $\epsilon = 0$), т.е. когда аморфного слоя, валентно связанного с кристаллитом, не существует, получаем скачок энтропии $\Delta s = \Delta h / T_m^0$, легко наблюдаемый в процессе фазовых переходов первого рода при плавлении низкомолекулярных соединений.

Заключение

1. Исследовано формирование упорядоченной структуры в гибкоцепных полимерах на основе аддитивности термодинамических функций.

2. Оценено величина и степень переохлаждения для полиэтилена, при которых неизбежны неравновесные процессы, связанные с зародышеобразованием и релаксацией зацеплений в междокристаллитную область.

3. Получено выражение, который позволяет определить изменение удельной энтропии, возникающее в результате перехода расплава в микродвухфазное кристаллическое состояние при заданной температуре изотропической кристаллизации.

Литература

1. Манделькern Л., Кристаллизация полимеров, М.-Л., ИИЛ. 1966.
2. Мартынов М. А., Вылегжина К. А., Рентгенография полимеров, Л. Химия, 1972).
3. Гаспарян Р. А., Мартынов М. А., Овсипян А. М., Френкель С. Я., Высокомол. Соед. В42, 2167(2000).
4. Мовсисян К. А., Гаспарян Р. А., Термокинетика кристаллизации модифицированных полимеров. Известия НАН Армении, т.39, 4, с 270-(2004).
5. Гаспарян Р. А., Гаспарян К. А., Мартынов М. А., Френкель С. Я., Высокомол. Соед. В31, 391(1989).
6. Мовсисян К.А., Влияние термообработки на температурные интервалы стеклования эластомеров. ГГУ, материалы межд. конференции, Горис, 2010.

Сведение об авторе:

Камо Мовсисян - доцент кафедры физики ГГУ

E-mail: <bnagitakangph@rambler.ru>

Статья рекомендована к печати членом редакционной коллегии, д.ф.-м.н. А.Г.Алексяном.

ՀՏԴ 378 148 53

Ֆիզիկա

**ՊԱՏԱՀԱՎԱՆ ՈՒԺԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ
ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՎՐԱ ԹԵՄԱՆ ԲՈՒՀԱԿԱՆ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԴԱՍԸՆԹԱՑՆԵՐՈՒՄ
Աշոտ ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ*, Վասիկ ԱԶԱՏԽԱՆՅԱՆ**, Ալբերտ ԱԼԵՔՍԱՆՅԱՆ****

Բանալի բառեր՝ ուժադաշտ, շփման ուժ, սիստեմատիկ, ստոխաստիկ, դելտա-կորելացված, վերջավոր տարբերություններ, դետերմինիստիկ, համասեռ, անհամասեռ, անսահման միջավայր:

Ключевые слова: силовое поле, сила трения, систематический, стохастический, дельта-коррелированный, конечные разности, детерминированный, однородный, неоднородный, бесконечная среда.

Key words: force field, friction force, sistematic, accidental, delta-correlated, finite differences, determined, homogeneous, heterogeneous, infinite medium.

А. Хачатрян, А. Азатхянян, Ал.Алексянян

**Изучение темы “Влияние случайной силы на динамические системы”
в вузовских курсах физики**

В работе рассматривается простой пример движения в неограниченной среде одной частицы в силовом поле. При этом предполагается, что воздействие среды на частицу разбито на две части-систематическую силу трения и случайную силу-силовое поле, которое изменяется в зависимости от времени произвольным образом. Полученные результаты схожи с результатами, которые получаются методом стохастических дифференциальных уравнений, если принять, что $\vec{F}_r(t)$ представляет собой дельта-коррелированный случайный процесс.

A. Khachatryan, H. Azatkhanyan, Al. Alexsanyan

**The Study of the Theme ‘Impact of on Accidental Force on a Dynamic System’
in University Courses of Physics.**

The research considers a simple example of the motion of one particle in the force field in infinite medium.

It is supposed that the effect of the environment on the particle is divided into two parts: systematic fictional force and accidental force - force field that arbitrarily changes depending on the time.

The obtained results are similar to the results received by the method of accidental differential equation, if we accept that $\vec{F}_r(t)$ is a delta-correlated random process.

Աշխատանքում դիտարկվում է պարզ օրինակ, անսահման միջավայրում մեկ մասնիկի շարժումը ուժադաշտում, ընդ որում ենթադրվում է, որ միջավայրի ազդեցությունը մասնիկի վրա բաժանված է երկու մասի՝ սիստեմատիկ շփման ուժի և պատահական ուժի-ուժադաշտի, որը փոփոխվում է ժամանակից կախված կամայական օրենքով: Ստացված արդյունքները նման են այն արդյունքներին, որը ստացվում են ստոխաստիկ դիֆերենցիալ հավասարումների մեթոդով, եթե դրանում ընդունենք, որ $\vec{F}_r(t)$ դելտա-կորելացված պատահական պրոցես է:

Արտանետված գազի մեկ մոլեկուլի վրա արտաքին ուժադաշտների ազդեցությունները մոդելավորելու համար դիտարկենք մեկ մասնիկից բաղկացած մեխանիկական համակարգ: Ինչպես հայտնի է, այդպիսի համակարգի համար բոլոր ուժերը արտաքին են: Գրենք դրա համար շարժման հավասարումը՝ [1, էջ 144]

$$m \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2} = \vec{F}_G + \vec{F}_r - \chi \vec{v} \quad (1)$$

Ինչպես նրանում է, արտաքին միջավայրի ազդեցությունը բաժանված է երկու մասի՝ սիստեմատիկ շփման ուժ, որը նկարագրվում է Ստոքսի օրենքով՝ $-\chi \vec{v}$ և պատահական $\vec{F}_r$ ուժ: Նշենք, որ χ -ն շփման գործակիցն է, $\vec{v}$ և m համապատասխանաբար մասնիկի արագությունն և զանգվածն է, իսկ $\vec{F}_G$ մասնիկի վրա ազդող գրավիտացիոն ուժն է:

Դիտարկվող դեպքի համար գոյություն ունի տարբեր ուղղություններով շարժումների անկախություն: Մաթեմատիկորեն դա նշանակում է, որ (1) հավասարումը տրոհվում է երեք անկախ դիֆեր-

Ստացված արդյունքը արտահայտում է մասնիկի n քայլում դիրքի կախվածությունը բոլոր առանձին ժամանակահատվածներում ազդող F_i^x տարբեր ուղղություններով շարժումները ընթանում են իրարից անկախ, ապա հասկանալի է, որ (9) նման արտահայտություն գոյություն ունի նաև y, z բաղադրիչների համար:

Նշենք, որ եթե $\Delta t \ll \tau$ կատարելով $x_n = x(t)$ և $F_{i+1}^x = F(t)$ փոխարինումը հեշտ է տեսնել, որ այդ դեպքում (9)-ում գումարը վեր է ածվում ինտեգրալի՝

$$x(t) = x_0 + u_0^x \tau (1 - \exp\{-t/\tau\}) + \frac{\tau}{m} \int_{t_0}^t (1 - \exp\{-(t-t')/\tau\}) F(t') dt' \quad (10)$$

Այստեղից երևում է, որ մասնիկի դիրքը որպես ֆունկցիա ժամանակից հանդիսանում է երկու բաղադրիչների գումար, որոնցից առաջինը ունի դետերմինիստիկ բնույթ, իսկ երկրորդը՝ պատահական: Առաջին բաղադրիչը համապատասխանում է սկզբնական արագության հետևանքով մասնիկի շարժմանը շփման ուժի ազդեցության տակ, իսկ երկրորդը՝ մասնիկի շարժմանը պատահական և շփման ուժերի համատեղ ազդեցության ներքո՝ առանց սկզբնական արագության:

Գրականություն

1. С. М. Рытов, Введение в статистическую радиофизику. М. Наука 1966г.
2. Я. Б. Зельдович, А. Д. Мышкис, Элементы прикладной математики. М. Наука 1967г.
3. Н. В. Копченова, И. А. Марон, Вычислительная математика. Физмат. Лит. 2008г.

Տեղեկություններ հեղինակների մասին

Աշոտ Խաչատրյան* – Հայաստանի Պետական Ճարտարագիտական Համալսարան, Պոլիտեխնիկ

Հասմիկ Ազատխանյան** - ԱրՊՀ ընդհանուր և կիրառական ֆիզիկայի ամբիոն

Ալբերտ Ալեքսանյան** - ֆիզ.մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր, ԱրՊՀ ընդհանուր և կիրառական ֆիզիկայի ամբիոնի վարիչ

E-mail: E-mail: alalbert@inbox.ru

Հոդվածը տպագրության է ներառվում խմբագրական կոլեկցիայի անդամ, ֆ.մ.գ.դ. Ա.Գ.Ալեքսանյանը

НЕЛИНЕЙНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ С УРОВНЕЙ В КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ В СОСТОЯНИИ КВАНТОВОЙ ЯМЫ

Армен АЛЕКСАНЫАН

Ключевые слова: поляризация, квантовая точка, квантовая яма, насыщение, поглощение, рекомбинация, релаксация, дисперсия, квазиимпульс, плотность состояний.

Բանալի բառեր՝ բևեռացում, քվանտային կետ, քվանտային փոս, հագեցում, կլանում, ռեկոմբինացիա, ռելաքսացիա, դիսպերսիա, քվազիիմպուլս, վիճակների խտություն:

Key words: polarization, absorption, quantum dots, quantum well, saturation, dispersion, recombination, relaxation, density of state, quasi-momentum.

Ա.Ալեքսանյան

Ճառագայթման ոչ գծային կլանումը քվանտային կետերի մակարդակներից քվանտային փոսի վիճակները

Ստացված են քվանտային փոսում գտնվող քվանտային կետերի համար բևեռացման և կլանման գործակցի արտահայտությունները՝ հազեցման էֆեկտի հաշվառումով: Մի քանի սահմանային դեպքերի հետազոտումը ցույց են տվել, որ ա) կլանման գործակցի վերջավոր արժեքը պայմանավորված է նրանով, որ ենթագոտու եզրում վիճակների խտությունը տարբերվում է զրոյից, բ) ճառագայթման կլանումը տեղի է ունենում նաև, երբ ճառագայթման հաճախությունը փոքր է արգելված գոտու արժեքից՝ կլանման եզրի լայնացման պատճառով, գ) միջգոտային անցումների հաճախությունը պետք է փոքր լինի ներենթագոտային ռելաքսացիայի հաճախությունից:

A. Alexanyan

Nonlinear Absorption of Radiation from the Levels in Quantum Dots to the States of the Quantum Well

Expressions for the polarization and absorption coefficient of quantum dots in quantum well are obtained taking into account the saturation effect. Some limiting cases in particular show that a) the final value of the coefficient of absorption of the edge of the subzone is determined by a nonzero density of the states; b) the absorption of radiation also occurs at frequencies below the edge of the subzone due to the broadening of the absorption edge; c) the frequency of the interband transitions must be less than the frequency of intrasubband relaxation.

Получены выражения для поляризации и коэффициента поглощения квантовых точек в квантовой яме с учётом эффекта насыщения. Исследования некоторых предельных случаев в частности показаны, что а) конечная величина коэффициенты поглощения на краю подзоны обусловлена с отличным от нуля плотностью состояний, б) поглощение излучения происходит и при частотах ниже края подзоны, вследствие расширения края поглощения, в) частота межзонных переходов должна быть меньше частоты внутриподзонной релаксации.

1. Квантовая точка представляет собой ограниченный в трёхмерном пространстве полупроводниковый кристалл, свойства которого радикально зависят от размеров и формы. Благодаря эффектам самоорганизации в гетероэпитаксиальных полупроводниковых системах стало возможным создание структур с квантовыми точками с относительно высоким квантовым выходом излучательной рекомбинации и с малой дисперсией по размерам ~10%. Это позволяет на основе квантовых точек реализовать приборы с атомоподобными спектрами излучения, для которых характерно сочетание высокой спектральной интенсивности излучения со слабой температурной зависимостью рабочих характеристик. Исследования оптических свойств структур на квантовых точках приводят к необходимости учёта дисперсии излучения и нелинейности отклика полупроводниковой среды, включая эффекты насыщения, поглощения и нелинейной рефракции [2-4]. Зависимость показателя преломления и дисперсии от концентрации неравновесных носителей в активной области оказывают существенное влияние на волноводные параметры полупроводниковых структур [5-6]. Учёт эффектов нелинейной рефракции важен в задачах оптимизации условий для генерации гармоник, параметрического возбуждения излучения и других нелинейных оптических процессов. Отметим, что ранее были рассмотрены экситонные эффекты при расчёте показателя преломления гетероструктур с

кванто-размерными слоями [7]. Основные особенности нелинейной рефракции в подобных структурах были установлены в работе [8].

2. В данной работе рассматривается нелинейное поглощение света в полупроводниковых гетероструктурах с квантовыми точками. Решение поставленной задачи сводится к вычислению вектора поляризации полупроводника в сильном электромагнитном поле. Описывая междузонный переход с помощью уравнения движения оператора плотности, аналогично как это сделано в [9], нетрудно получить уравнение для вектора поляризации в сильном электромагнитном поле E с учетом насыщения при оптических переходах без выполнения правил отбора по квазиимпульсу электрона ($K \neq K'$):

$$P_{KK'}^0 = - \frac{\mu E \hbar \Gamma}{(\varepsilon^c - \varepsilon^v - \hbar \omega_-) + \hbar^2 \Gamma} - \frac{1}{2} \mu E^2 \cdot \frac{\Gamma}{\gamma} \cdot \frac{\sum_K \left(\rho_{KK}^0 + \frac{\rho_{KK'}^0}{2} \right)}{(\varepsilon^c - \varepsilon^v - \hbar \omega_-) + \hbar^2 \Gamma} \quad (1)$$

где μ -матричный элемент дипольного момента перехода между состояниями $\vec{K}$ и $\vec{K}'$ зон c и v (верхняя и нижняя зоны соответственно), ε -энергия, γ^{-1} и Γ^{-1} - феноменологически введенные в уравнение матрицы плотности времени релаксации, связанные соответственно со временем междузонной рекомбинации и со временем релаксации при рассеянии на фононах и электронах. В (1) предполагается, что валентная зона полностью заполнена, а зона проводимости пуста.

Уравнение (1), которое не подвергается интегрированию в общем случае, можно применять для расчета поляризации полупроводниковых квантовых гетероструктур, в которых совершаются переходы, например, между размерно-квантованными подзонами и связанными состояниями в квантовой точке. В частности, для массива квантовых точек, возможно появление узкой зоны с плотностью состояний $\rho = \dots + \Delta$, где Δ -расстояние между дном зоной проводимости и уровнем связанного состояния в квантовой точке, если N_0 -концентрация квантовых точек, то для вектора поляризации получим

$$P = \sum_{KK'} \rho_{KK'}^0 = \sum_n \int_{c,v} P_{KK'}^0 \rho(\varepsilon^c - \varepsilon^v - \hbar \omega_-) d\varepsilon^v = \mu^2 a^3 N_0 E \hbar \Gamma \frac{\rho^c \cdot J(\omega_-)}{R^2 + \frac{N_0}{\rho^c} \cdot J(\omega_-)} \quad (2)$$

где

$$J(\omega_-) = \int_{\varepsilon^c}^{\infty} \frac{d\varepsilon^c}{(\varepsilon^c - \Delta - \hbar \omega_-)^2 + \hbar^2 \Gamma^2 + \varepsilon^2} = \frac{1}{\sqrt{\hbar^2 \Gamma^2 + \varepsilon^2}} \left(\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{\hbar \omega - \Delta - \varepsilon^c}{\sqrt{\hbar^2 \Gamma^2 + \varepsilon^2}} \right),$$

$$R^2 = \frac{1}{2} \mu E^2 \frac{\Gamma}{\gamma} a^3 N_0, \quad \rho = \frac{m^*}{\pi \hbar^2 d} \text{ - плотность состояний для одной подзоны,}$$

$\varepsilon_1 = \pi^2 \hbar^2 / 2 m^* d^2$, $a = \sqrt{\hbar^2 / \varepsilon}$ - "радиус" квантовой точки, I -потенциал ионизации квантовой точки, ε -статическая диэлектрическая проницаемость, m^* -эффективная масса электрона, d -толщина квантового слоя.

Отметим также, что величина P соответствует поляризации в сильном поле в приближении, когда время замедления неравновесных носителей, образовавшихся при поглощении излучения, меньше рекомбинационного времени $\Gamma^{-1} < \gamma^{-1}$. В отличие от объемных образцов [10], здесь появляется зависимость от d , с уменьшением которого уменьшается значение насыщающего поля E . Мнимая часть комплексной восприимчивости, определяющая поглощение в системе, имеет вид

$$\chi = \mu^2 a^3 N_0 \hbar \Gamma \frac{\rho^c \cdot J(\omega)}{1 + \frac{R^2}{N_0} \rho^c \cdot J(\omega)} \quad (3)$$

При условии $\Gamma^{-1} < \gamma^{-1}$ в верхней зоне устанавливается фермиевское распределение неравновесных носителей с квазиуровнем Ферми φ_E , зависящее от поля накачки E . При этом коэффициент поглощения на произвольной частоте слабого поля E_1 в зависимости от сильного поля накачки E , имеет вид:

$$K_0(\omega) = \frac{2\pi\omega}{C} \cdot \frac{P(E_1)}{E_1} = \mu^2 a^3 N_0 \frac{2\omega m^* \Gamma}{\hbar^2 d} \cdot J_1(\omega), \text{ где } J_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta(\epsilon_{\pm} + \Delta - \hbar\omega \mp \hbar\Gamma)}{\epsilon_{\pm} + \Delta - \hbar\omega \mp \hbar\Gamma} d\epsilon_{\pm} \quad (4)$$

$$\text{т.е.} \quad K_0(\omega) = \mu^2 a^3 N_0 \frac{2m^* \omega}{\hbar^2 d} \left(\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{\hbar\omega - \Delta - \epsilon_{\pm}}{\hbar\Gamma} \right) \quad (5)$$

(Интегрирование ведется по всем незанятым состояниям выше квазиуровня Ферми φ_E , на которые происходят переходы под действием поля E_1).

Выше полагалось $R_1^2 = \frac{\Gamma}{\gamma} \approx$ для слабого E_1 . Квазиуровень Ферми φ_E является функцией частоты и величины поля накачки и определяется в случае, когда $\Gamma^{-1} < \gamma^{-1}$ при помощи уравнения для полного числа частиц, перебрасываемые из нижней зоны в верхнюю вследствие поглощения света:

$$\varphi_E = \frac{1}{2} \frac{E}{\hbar \gamma \rho^c} \sum_{K, K'} \rho_{K, K'}^0 = \frac{R^2 \cdot J(\omega)}{1 + \frac{R^2}{N_0} \rho^c \cdot J(\omega)} \quad (6)$$

Анализ выражения (5) показывает, что величина $K_0(\omega)$ в ряде предельных случаев совпадает с формулами работы [11] и отличается от них лишь множителем $a^3 N_0$, который связан с нарушением здесь правил отбора по квазиимпульсу, т.е. от совокупного объема квантовых точек системы.

Для коэффициента поглощения слабого электромагнитного поля (при условии, когда зона проводимости пуста) имеем

$$K(\omega) = \frac{2\pi\omega}{C} \cdot \frac{P(E)}{E} = \mu^2 a^3 N_0 \frac{2\omega m^*}{\hbar^2 d} \left(\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{\hbar\omega - \Delta - \epsilon_{\pm}}{\hbar\Gamma} \right), \quad (R^2 \approx 0) \quad (7)$$

Из сопоставления приведенных выражений видно, что в сильном поле происходит уменьшение коэффициента поглощения и расширения края полосы поглощения при всех частотах (насыщение поглощения) [12].

3. Переходим к обсуждению некоторых предельных случаев полученных выражений:

1. Подставив $\hbar\omega = \Delta - \epsilon_{\pm}^1$ находим выражение для коэффициента поглощения на краю полосы. В частности, в случае слабого поля

$$K(\omega) = \mu^2 a^3 N_0 \frac{m^* \omega \pi}{\hbar^2 d} \quad (8)$$

Здесь конечная величина коэффициента поглощения на краю полосы обусловлена с отличным от нуля плотностью состояний из-за КРЭ и не связано в отличие от объемных образцов [10], и случая сильного поля (2) с конечностью времени релаксации поляризации среды Γ^{-1} .

2. Поглощение излучения происходит и при частотах ниже края полосы ($\hbar\omega < \Delta - \epsilon_{\pm}^1$) при конечном Γ^{-1} ($\Gamma \neq 0$) (расширение края поглощения в связи с конечностью Γ^{-1}).

3. При пренебрежении конечности времени релаксации ($\Gamma \rightarrow 0$) для коэффициента поглощения слабого поля при частотах ниже края поглощения $\hbar\omega < \Delta$ - получим

$$K(\omega)=0$$

Применение предельного перехода $\Gamma \rightarrow 0$ к случаю сильного поля в данном случае неоправдано, так как соответствующие выражения (2), (3) выведены в предположении $\Gamma^{-1} < \gamma^{-1}$.

4. Поле накачки E ограничено условием

$$\alpha < \Gamma,$$

где α -частота междузонного перехода с учетом интенсивности внешнего поля и размерного квантования, Γ -частота внутризонной релаксации.

Литература

1. Леденцов Н. И., Устинов В. М., Щукин В. А. и др. Гетероструктуры с квантовыми точками: получение, свойства, лазеры // ФТП. 1997. Т. 32, № 4. С. 385-410.
2. Кононенко В. К., Грибковский В. П. Эффект насыщения в полупроводниковых усилителях света и фильтрах // Опт. и спектр. 1970. Т. 29, № 5. С. 975-984.
3. Пихтин А. Н., Яськов А. Д. Рефракция света в полупроводниках // ФТП. 1988. Т. 22, №6. С. 969-991.
4. Елисеев П. Г., Богатов А. П. Явления в полупроводниковых лазерах, связанные с нелинейной рефракцией и влиянием носителей тока на показатель преломления // Тр. ФИАН. 1986. Т. 166. С. 15-51.
5. Kahen K. B., Leburton J. P. Exciton effects in the index of refraction of multiple quantum wells and superlattices // Appl. Phys. Lett. 1986. Vol. 49, № 12. P. 734-736.
6. Кононенко В. К. Спектр нелинейной рефракции в квантоворазмерных гетероструктурах // Лазерная техника и оптоэлектроника. 1993. № 3-4. С. 75-79.
7. Kononenko V. K. Nonlinear absorption in quantum-size heterostructures // Phys. stat. sol. (b). 1988. Vol. 150, № 2. P. 695 -698.
8. Al.G.Alexanian, G.E. Mirrabekian "Nonlinear susceptibility in semiconductor quantumwell heterostructures" 2-nd Europ. Quantum Electron. Conferen.,DDR,Drezden,1989.
9. Р. Пантел, Г. Пухтор. "Основы квантовой электроники" М., Мир 1972.
10. В. П. Грибковский. Теория поглощения и испускания света в полупроводниках. Наука и техника., 1975.
11. Al.G.Alexanian et al., Optical characteristics of quantum-well heterostructures in saturation conditions. Int. J. Infrared and MM waves, 1993 v.14 № 10 p. 2149-2154.
12. Л. Ален, Дж. Эберли. "Оптический резонанс и двухуровневые атомы М." Мир" 1978.

Сведение об авторе:

Армен АЛЕКСАНИЯН - кафедра общей и прикладной физики АрГУ

E-mail: alex.armen88@gmail.com

Статья рекомендована к печати членом редакционной коллегии, д.ф.-м.н. А.Г.Алексаняном.

СТРАТЕГИЯ ИНТЕНСИВНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ СТРОИТЕЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА В ГОРНЫХ УСЛОВИЯХ

Рудольф ИСРАЕЛЯН, Павел ОЛЕЙНИК

Ключевые слова. Климатическая среда, природная неустойчивость, нормативная продолжительность, интенсификация, систематизация, оценка, прогнозирование, моделирование, долговременные потоки, поточные методы, мобильность.

Բանալի բառեր՝ Կլիմայական ռիսկ, բնական անկայունություն, նորմատիվային երկարատևություն, ինտենսիֆիկացում, համակարգում, գնահատում, կանխատեսում, մոդելավորում, երկարաժամկետ հոսքեր, հոսքային եղանակներ, շարժունակություն:

Key words: climatic environment, natural instability, normative duration, intensification, systematization, measuring, forecasting, designing, prolonged production lines, production methods, mobility.

Ռ. Իսրայելյան, Պ.Օլեյնիկ

Լեռնային պայմաններում շինարարական արտադրության կազմակերպման ինտենսիվ ստրատեգիան

Մշակված է շինարարության արտադրության կազմակերպման ինտենսիվ կոնցեպցիան լեռնային անկայուն բնակլիմայական շրջաններում, հաշվի առնելով օգտագործվող պաշարների փոփոխման վիճակը: Տրված են պաշարների ինտենսիվ օգտագործման բարձրացման հիմնական ուղիները: Բերված են շենքերի և կառուցվածքների կառուցման կազմակերպման ռացիոնալ ձևերն ու մեթոդները: Հայտնաբերված են գործոններ լեռնային գոտիներում շինարարության արտադրության ինտենսիվության բարձրացման նպատակով:

R. Israelyan, P.Oleynik

Strategy of Intensive Organization of Building Production in Mountain Conditions

The given article is devoted to the conception of intensive organization of building production in unstable natural-climatic environment in mountainous regions, taking into account the change of the state of utilized resources. Basic ways of increasing intensity of utilized resources are given. Rational organizational forms and methods of construction of buildings and structures are introduced. Factors increasing the intensity of building production in mountain areas have been revealed.

Разработана концепция интенсивной организации строительного производства в неустойчивой природно-климатической среде горных районов, с учетом изменения состояния используемых ресурсов. Даны основные направления повышения интенсивности используемых ресурсов. Приведены рациональные организационные формы и методы возведения зданий и сооружений. Выявлены факторы, повышающие интенсивность строительного производства в горных районах.

В результате влияния сложных природно-климатических условий горных районов, значительно усложняются процессы производства строительно-монтажных работ, приобретая четко выраженный вероятностный характер. К примеру, для природно-климатических условий горных районов, в зависимости от высоты строительных площадок над уровнем моря, нормативная продолжительность строительства увеличивается до 2,5 раза, интенсивность использования трудовых, технических и материальных ресурсов снижается до 1,6 раз, время их транспортирования и складирования увеличивается до 1,3 раза [1,2].

Концепция интенсивной организации строительного производства в этих условиях требует разработки гибких и эффективных моделей использования ресурсов строительного производства, позволяющих довести их величину до минимума, достаточного для своевременного и полного обеспечения строящихся объектов при гарантированном соблюдении технических и других характеристик ресурсов. При этом модель использования ресурсов должна учитывать:

- повышенную природную неустойчивость региона (оползни, ливни, сели, снежные заносы, землетрясения и т.д.);
- рассредоточенность районов строительства по отношению как друг к другу, так и производственным базам;

- разнотипность возводимых предприятий, зданий и сооружений с значительным удельным весом монолитных железобетонных и каменных конструкций;

- необходимость выполнения в большинстве случаев, ряда основных строительно-монтажных работ в строго определенные временные периоды;

- недостаточность квалифицированной рабочей силы и необходимость использования вахтовой формы организации строительного производства. Такая форма предусматривает выполнение работ строительно-монтажными формированиями, прибывающими на строительную площадку на определенный срок и полностью оснащенных строительными машинами, приспособлениями и инвентарем.

Модель использования ресурсов в масштабе строительной организации должна рассматривать не только всю совокупность ресурсов для производства конкретных видов строительно-монтажных работ (процессов), но и отражать последовательность прохождения ресурсов через все необходимые режимы использования с учетом их взаимозаменяемости и заменяемости по функциональной специализации.

В свою очередь результаты расчетов по модели должны устанавливать оптимальную, с точки зрения организации и технологии строительного производства, структуру ресурсов и параметры их использования во времени для каждой строительной площадки.

Основные направления повышения рационального использования ресурсов строительного производства включают следующие этапы:

- систематизация и оценка динамики развития факторов горных условий;
- систематизация и оценка использования ресурсов строительного производства;
- прогнозирование и разработка многофакторных моделей влияния факторов горных условий на использование ресурсов;

- разработка вариантов рационального использования ресурсов строительного производства;

- внедрение рациональных решений по использованию местных строительных материалов.

Моделирование параметров возведения объектов (организационных, технологических, временных, пространственных и т.д.) осуществляется с помощью программно-целевых моделей с предварительным прогнозом влияния факторов горных условий на параметры изменения продолжительности работ, интенсивности труда, изменения численности рабочих, внутрисменных простоев, организационно-технологической надежности использования ресурсов, параметров распределения и рационального использования местных строительных материалов и т.д.

Изучение причинно-следственных связей позволило заключить, что интенсификация организации строительного производства может быть достигнута за счет двух основных групп факторов [3]:

- факторы формирования рациональной структуры инвестиционного процесса, позволяющая разработать наиболее рациональный порядок ускоренного создания предприятий, зданий и сооружений;

- факторы сокращения продолжительности этапа строительства, resultирующего достижение научно-технического прогресса и передового опыта.

Инвестиционный процесс создания объектов следует рассматривать как сложную динамическую систему, состоящую из четырех функциональных подсистем: технико-экономического обоснования; проектирования; подготовки объекта к строительству и основного строительства, которые находятся в определенных отношениях и связях друг с другом.

Решающим фактором повышения эффективности инвестиционного процесса является так же внедрение новых форм и методов возведения зданий и сооружений, включающие: организацию строительства на основе долговременных потоков; поточные методы возведения объектов, конвейерно-блочный метод, комплектно-блочный метод строительства; узловый метод возведения предприятий; мобильные формы организации работ (вахтовая, экспедиционная, вахтово-экспедиционная), [3,5].

Основной целью создания *долговременных потоков* является непрерывная и равномерная загрузка бригад рабочих и закрепленных за ними машин и механизмов для своевременного выполнения строительно-монтажных работ на длительный период времени.

Для организации *поточного строительства* необходимы следующие основные условия; наличие достаточных объемов работ; обеспеченность машинами, механизмами и транспортными средствами в количестве, достаточном для организации потоков; возможность бесперебойного снабжения объектов строительства материалами, изделиями и конструкциями в соответствии с графиком поточного строительства.

Увеличение объема работ, выполняемого поточными методами, происходит в результате перехода к организации непрерывных долговременных потоков по возведению разнообразных объектов промышленного и сельского хозяйства, а так же повышения эффективности оперативного управления строительством. В свою очередь, для обеспечения ритмичности потоков широко используется *конвейерно-блочный монтаж* стен и покрытий, сущность которого заключается в том, что строительные конструкции и технологическое оборудование укрупняют в пространственные блоки внизу на специальных сборочных площадках и затем последовательно доводят их до полной строительной готовности, после чего блоки транспортируют к месту монтажа и устанавливают в проектное положение.

Комплектно-блочный метод характеризуется рядом особенностей в организации строительства, определяемых высоким уровнем переноса затрат труда со строительной площадки в заводские условия, глубокой интеграцией строительного производства и машиностроения. Организация комплектно-блочного строительства предполагает решение новых, нехарактерных для традиционного строительства, задач по организации изготовления блоков на сборочно-комплектно-монтажных предприятиях и на предприятиях машиностроения, по организации транспортирования блоков на строительную площадку и установку их в проектное положение.

Потенциал комплектно-блочного метода в части сокращения продолжительности строительства предприятий реализуется в значительной мере за счет совмещения проектирования с осуществлением СМР, а так же совмещения различных видов СМР между собой. Расширение возможностей совмещения при комплектно-блочном методе обеспечивается, с одной стороны, параллельным выполнением проектных работ по объекту в целом и проектно-конструкторских работ по блокам, с другой,- совмещением во времени СМР на стройплощадке с изготовлением блоков на предприятиях машиностроения и сборочно-комплектно-монтажных предприятиях. Потенциальный уровень совмещения при комплектно-блочном методе в 1,6-2 раза выше, чем при традиционном строительстве.

Широкое распространение в строительномонтажных организациях различных министерств и ведомств получил *узловой метод* строительства сложных объектов. Эти объекты отличаются уникальностью технологического оборудования, наличием крупных надземных и подземных сооружений, большими объемами СМР.

Область применения узлового метода за последние годы значительно расширена и включает объекты электроэнергетики, черной и цветной металлургии, нефтеперерабатывающей, газовой, химической, нефтехимической, угольной и сланцевой промышленности, машиностроения и др.

Особую актуальность приобрело повышение *мобильности* строительных организаций с широким использованием *экспедиционно-вахтовых форм* организации работ. Такие формы включают способы организации трудовой деятельности и организации социальной инфраструктуры, при которых работы по возведению объектов выполняются силами специальных мобильных формирований, действующих вдали от дислокации строительных организаций.

Применение экспедиционно-вахтовых форм распространяется практически на любые регионы и виды строительства, где в пионерный период или в процессе строительства концентрируются ресурсы строительного производства. В последние годы получили распространение две разновидности экспедиционно-вахтовых форм, экспедиционная и вахтовая.

Экспедиционная форма осуществляется на строительных площадках, удаленных от опорных баз на расстояние более 50 км. при объемах работ, обеспечивающих загрузку строительных подразделений в течение длительного периода (от 1-2 мес. до года) или на строительный сезон. Использование вахтовой формы рационально при выполнении СМР в зонах со сложными природными усло-

виями, характеризующимися невозможностью длительного пребывания постоянного контингента рабочих.

Переход на применение прогрессивных методов и форм организации строительного производства, наряду с другими мероприятиями, позволяет строительным организациям на 112-135% повысить выработку в натуральных показателях по отношению к нормативной [4].

Выводы.

1. Разработана концепция интенсивной организации строительства.
2. Выявлены факторы, повышающие интенсивность строительного производства в горных условиях.
3. Даны рациональные организационные формы и методы возведения зданий и сооружений.

Литература

1. Израелян Р.Г. Основы организации и управления строительством в горных условиях. Анализ. Модели. Решения. Монография. Степанакерт, изд-во АрГУ, 2011-160 с.
2. Израелян Р.Г. Прогнозирование использования трудовых ресурсов строительства в горных условиях. Международный сборник научных трудов. Стройинвест -2011. М.: ГАКХиС, 2011.С.253-256.
3. Олейник П.П. Организация строительства М.;2001.407 с.
4. Олейник П.П. Организация индустриального строительства объектов М.; 1990. 269 с.
5. Олейник П.П., Ширшиков И.Ф. Организация строительства мобильными формированиями. М.: МГСУ, 2008. -421с.

Сведение об авторах:

Рудольф Израелян - доктор техн. наук, профессор, кафедра градостроительства АрГУ
E-mail: r.israelyan@mail.ru

Павел Олейник - доктор техн. наук, профессор, Московский государственный строительный университет.

Статья рекомендована к печати членом редакционной коллегии, д.т.н. Р.Г.Израеляном.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТКЛОНЕНИЙ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ СТРОИТЕЛЬСТВА В ГОРНЫХ УСЛОВИЯХ

Рудольф ИСРАЕЛЯН, Армен ИСРАЕЛЯН

Ключевые слова: горные условия, факторы, вероятность, отклонения, систематизация, опрос, оценка, прогнозирование, алгоритм, блок-схема, математическая модель.

Բանալի բառեր. Լեռնային պայմաններ, գործոններ, հավանականություն, շեղումներ, համակարգում, գնահատում, կանխատեսում, ալգորիթմ, բլոկ-սխեմա, մաթեմատիկական մոդել:

Keywords: mountain conditions, factors, probability, declination, systematization, to estimate, forecasting, prediction, algorithm, block-diagram, mathematical model.

Ռ. Իսրայելյան, Ա. Իսրայելյան

**Լեռնային պայմաններում շինարարության երկարատևության
շեղումների մոդելավորումը**

Կատարված է լեռնային պայմանների բնակլիմայական գործոնների համակարգումը, որոշված է նրանց զարգացման օրինաչափությունը: Մշակված է մաթեմատիկական մոդել, որը թույլ է տալիս գնահատել լեռնային պայմանների ազդեցությունը շինարարության երկարատևության վրա: Շինարարության օբյեկտների կառուցման երկարատևության որոշման համար մշակված է նոմոգրամ, որը հաշվի է առնում նաև օբյեկտների հեռավորությունը արտադրական բազաներից:

R. Israelyan, A. Israelyan

Modulating the Declination of the Period of Constructions in Mountain Conditions.

The article aims at presenting the systematization of natural – climatic factors in mountain conditions, revealing regularities in space and time. A mathematical model that allows to estimate the influence of mountain conditions on the period of constructing has been worked out.

A nomogram to assess deviations of construction time depending on their remoteness from industrial bases has been developed.

Выполнена систематизация природно-климатических факторов горных условий, выявлены закономерности их развития в пространстве и во времени. Разработана математическая модель, позволяющая оценить влияние факторов горных условий на продолжительность строительства. Разработана также номограмма для оценки отклонений сроков строительства объектов в зависимости от их отдаленности от производственных баз.

Многолетний опыт строительства в горных условиях позволил заключить, что в существующем нормативном документе СНиП 1.04.03-85* отсутствуют четкие положения по учету влияния факторов горных условий на продолжительность строительства[1]. Имеющаяся в этом документе оговорка о допустимости увеличения норм продолжительности строительства объектов в горных условиях с высоты 1500 метров над уровнем моря не более чем на 50%, представляется, на наш взгляд, не достаточно убедительной.

Во-первых, применяемый здесь термин “горная местность” как бы исключает влияние на процессы строительства природно-климатических факторов горных условий, связанных между собой в единую целостную геосистему, способную изменять свое состояние во времени и пространстве.

Во-вторых, как показывает практика строительства, влияние природно-климатических факторов горных условий проявляется на высотах и менее 1500 метров, а в условиях высокогорья может превысить и 50%.

В-третьих, при составлении проектов организации строительства проектные организации не имеют возможности правильно учитывать влияние факторов горных условий на процессы строительства, ввиду отсутствия научных разработок по этому вопросу.

Таким образом, на высотах ниже 1500 метров над уровнем моря влияние факторов горных условий на процессы строительства вовсе не учитывается, а для высот выше 1500 метров учитываются приближенно.

Для восполнения этого пробела, авторами были выполнены исследования по отклонениям нормативных сроков строительства объектов жилищно-гражданского строительства на различных высотах горного рельефа в Армении и Нагорном Карабахе [2;3;4].

При этом установлено, что нормативная продолжительность строительства объектов в горных условиях превышает за счет влияния двух групп факторов.

Первая - нарушение сроков поставок материально-технических ресурсов, машин и механизмов; низкий уровень организации труда и производства строительно-монтажных работ; неудовлетворительное качество проектов, поставляемых конструкций и выполняемых работ, сейсмичность районов строительства, твердые и каменистые грунты, выполнение строительных работ в определенные временные периоды, состояние дорожных покрытий (класс дороги) и т.д., влияние которых на процессы строительного производства проявляется вне зависимости от высоты строящихся объектов над уровнем моря.

Вторая - изменение по мере роста высоты гор над уровнем моря радиусов закруглений и извилистости дорог, расстояний видимости, продольных уклонов, расчлененности рельефа районов строительства, оползне - обвальных процессов; физические эмоциональные перегрузки водителей; наличие разнообразных климатических поясов, ливней, селей, снежных заносов, туманов, каменных лавин, уменьшение содержания кислорода в воздухе и т.д. Влияние этих факторов на процессы строительного производства проявляется с высоты строящихся объектов 800м. и более над уровнем моря.

Количественная оценка степени влияния указанных факторов на продолжительность строительства в горных условиях была рассчитана нами методами математической статистики, обработкой данных о фактических сроках строительства более 160 объектов, в результате которой установлены:

- превышение нормативных сроков строительства за счет факторов первой группы носит постоянный характер, не зависит от высоты строящихся объектов над уровнем моря и определяется через коэффициент $k_1 = 1.45$

- превышение нормативных сроков строительства за счет влияния факторов второй группы проявляется с высоты 800м. над уровнем моря и определяется через коэффициент k_2 , определяемой по зависимости:

$$k_2 = 1.618 + 1.810 \times 10^{-h},$$

где h - высота строящихся объектов над уровнем моря, м.

Превышение нормативных сроков строительства объектов за счет совместного влияния факторов первой и второй групп определяется как:

$$k_{1,2} = 1.896 + 1.974 \times 10^{-h},$$

В табл.1. приводятся значения коэффициентов превышения нормативных сроков строительства - k_1 , k_2 и $k_{1,2}$ для горных условий.

Таблица 1.

Значения коэффициентов превышения нормативных сроков строительства

 k_1 , k_2 и $k_{1.2}$ для горных условий.

Наименование	Высота над уровнем моря $h_{\text{м}}$						
	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000
Коэффициент - k_1	1.45	1.45	1.45	1.45	1.45	1.45	1.45
Коэффициент - k_2	1,0	1,10	1,19	1,29	1,38	1,48	1,58
Коэффициент - $k_{1.2}$	1.45	1.59	1.73	1.87	2.00	2.14	2.29

Для установления причинно-следственной связи отклонений нормативных сроков строительства, нами выполнена систематизация природно-климатических факторов горных условий и выявлены закономерности их развития в пределах высот 800-2000м над уровнем моря, которые приводятся ниже

1. Извилистость дорог и расчлененность рельефа - фактор $X_{1.1}$. Критерием оценки фактора является коэффициент, определяемый отношением фактической длины дороги между двумя пунктами, к кратчайшей длине на плане местности. Значения коэффициента извилистости, для различных высот горного рельефа (h) определяется:

$$X_{1.1} = 1.4604 + 0.411 \cdot 10^{-4} h$$

2. Сейсмичность. - фактор $X_{1.2}$. Установлено, что с ростом высоты над уровнем моря наблюдается определенная тенденция к увеличению горизонтальных ускорений грунтов. Однако ярко выраженного характера их развития по вертикали не наблюдается, т.к. главным образом этот показатель зависит от геологических условий площадок строительства, которые в горных условиях отличаются большой разнохарактерностью.

3. Твердость грунтов, каменистость (грунтовые условия)- факторы $X_{1.3}$, $X_{1.4}$. Выявлено, что геологическая структура поверхности горных районов Нагорно-Карабахской Республики складывается из скальных и дисперсных грунтов, которые распространяются по всей территории, независимо от высоты горного рельефа над уровнем моря.

4. Глубина промерзания грунтов - фактор $X_{1.5}$. Установлено, что различие физико-механических свойств разновидностей скальных, полускальных, связанных и несвязанных грунтов (водопроницаемость, структура, гранулометрический состав, водонасыщение, пористость и т.д.) приводит к некоторому разбросу величины наибольшей глубины промерзания грунтов и составляет 60-70см., независимо от их высоты над уровнем моря.

5. Обвально-оползневые процессы - фактор $X_{1.6}$. Выполненные исследования позволили заключить, что обвально-оползневые процессы начинаются с высоты 600-800м над уровнем моря. Наибольшая частота этих процессов наблюдается на высотах 800-1000 метров над уровнем моря (34%), в то время как в пределах высот 1000 - 1600 метров этот показатель составляет 9% - 13%. Закономерного развития обвально-оползневых процессов, по мере увеличения высоты, не наблюдается.

6. Атмосферные осадки – фактор $X_{2.1}$. Установлено, что количество осадков на апрель-июнь месяцы превышают среднемесячные показатели по сравнению с остальными месяцами года в 2 и более раза. Изменение среднегодового количества осадков в зависимости от высоты над уровнем моря определяется:

$$X_{2.1} = 13.56 + 172.56 \cdot 10^{-5} h - 10 \cdot 10^{-5} h^2, \text{ мм.}$$

7. *Температура воздуха - фактор* $X_{2.2}$ Выявлено, что среднегодовая температура воздуха до высоты 800м над уровнем моря имеет, как правило, плюсовое значение. На высотах 800-2000м. продолжительность времени с отрицательной температурой составляет 3-4 месяца, а выше 2000м. над уровнем моря - 5-8 месяцев. Изменение температуры воздуха в зависимости от высоты над уровнем моря имеет вид:

$$X_{2.2} = 18.557 - 1.091 \cdot 10^{-5} h, ^\circ \text{C}.$$

8. *Ветры - фактор* $X_{2.3}$ С учетом выраженной направленности горно-долинных ветров установлена зависимость изменения по вертикали среднегодовой скорости ветра:

$$X_{2.3} = 1.8236 + 1.836 \cdot 10^{-5} h \text{ м/сек.}$$

9. *Барометрическое давление - фактор* $X_{2.4}$ Закономерность изменения барометрического давления в зависимости от высоты рассчитана методами математической статистики приводится ниже.

$$X_{2.4} = 1000 - 1.11h + 1.41 \cdot 10^{-5} h^2, \text{ ГПа.}$$

10. *Число дней со снежным покровом - фактор* $X_{2.5}$ Время сохранения устойчивого снежного покрова в горных районах зависит от высоты, формы рельефа и экспозиции склонов, имеет вид:

$$X_{2.5} = 31.689 - 18.631 \cdot 10^{-5} h + 5.128 \cdot 10^{-5} h^2, \text{ дни.}$$

11. *Влажность воздуха - фактор* $X_{2.6}$ В зависимости от времени года относительная влажность воздуха в горных районах отличается как по величине, так и по характеру распределения.

Изменение относительной влажности воздуха в горных условиях имеет вид:

$$X_{2.6} = 50.68 + 1.45 \cdot 10^{-5} h, \%$$

12. *Солнечная радиация - фактор* $X_{2.7}$ Количество солнечной радиации, поступающей на конкретную поверхность в горных районах, зависит от высоты местности и определяется колебаниями солнечного сияния в течение светового дня и законом косинуса. В этом случае плотность потока наиболее велика на поверхности склона, нормальной к направлению излучения, и сокращается пропорционально косинусу угла падения.

13. *Число дней с туманом - фактор* $X_{2.8}$ Распределение туманов на территории Нагорно-Карабахской Республики имеет сложный характер и значительную повторяемость, не имеет закономерного развития по вертикали.

Для учета превышения нормативной продолжительности в строительстве в горных условиях в зависимости от отделенности строящихся объектов от производственных баз разработана номограмма (рис. 1).

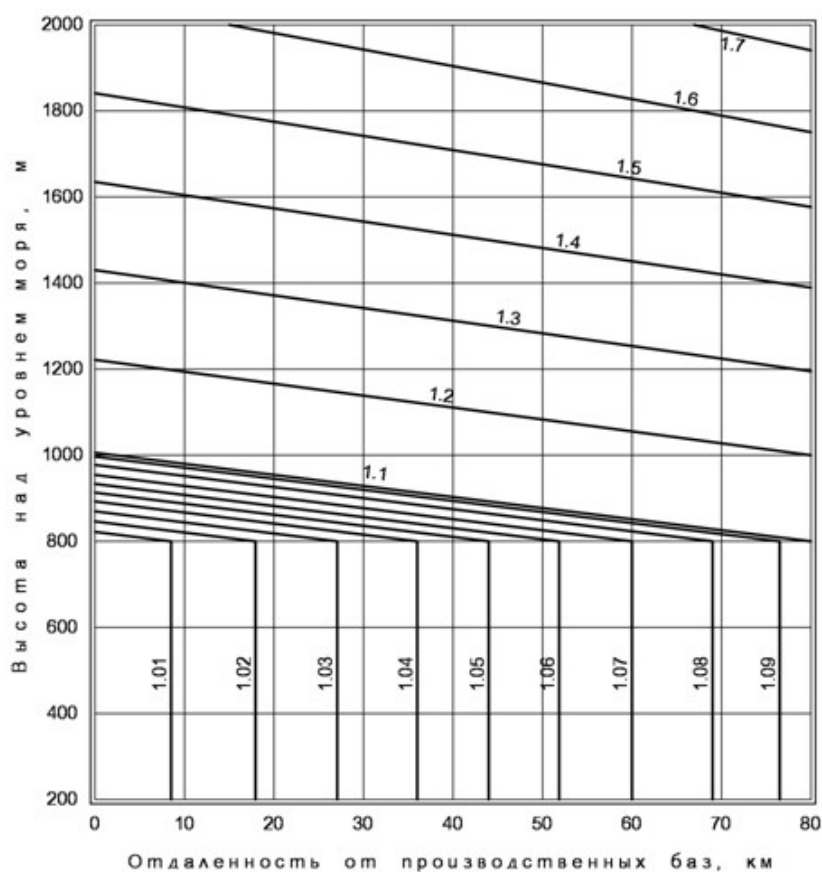


Рис 1: Номограмма для определения коэффициента увеличения нормативной продолжительности строительства в горных условиях.

Предложенная методика позволяет на основе принимаемых рациональных организационных решений приблизить в горных условиях фактическую продолжительность строительства к нормативной.

Выводы.

1. Выполнена систематизация природно-климатических факторов горных условий и выявлены закономерности их развития в пространстве и во времени.
2. Дана математическая модель изменения продолжительности строительства под воздействием природно-климатических факторов горных условий.
3. Разработана номограмма для расчета продолжительности строительства объектов в зависимости от отдаленности строящихся объектов от производственных баз.

Литература

1. СНиП 1.04.03-85*. Нормы продолжительности строительства и задела в строительстве предприятий, зданий и сооружений. М.: 1987. 549с.
2. Израелян Р.Г., Методика расчета продолжительности строительства в горных районах. “Промышленное и гражданское строительство” N3. М; 2007. С 60-60.
3. Израелян Р.Г., Симонян В.Г., О нормах продолжительности строительства в горных условиях “Промышленное строительство”. N2. М; 1991. С 21-22.
4. Израелян Р.Г., Динамика развития природно-климатических факторов в горных районах. “Промышленное и гражданское строительство” N8. М; 2007. С 66-66.
5. Израелян Р.Г., Основы организации и управления строительством в горных условиях. Анализ. Модели. Решения. Монография. Степанакерт, изд-во АрГУ, 2011-160с.

Сведение об авторах:

Рудольф Израелян - доктор техн. наук, профессор, кафедра градостроительства АрГУ
E-mail: r.israelyan@mail.ru

Армен Израелян - инженер

Статья рекомендована к печати членом редакционной коллегии, д.т.н. Р.Г.Израеляном.

ՍՏԵՓԱՆԱԿԵՐՏԻ ԿԱՆԱՉԱՊԱՏՄԱՆ ԱՐԴԻ ՎԻՃԱԿԸ

Արմինա ՀԱԿՈԲՅԱՆ

Բանալի բառեր. Կանաչապատում, բարդի սպիտակատերև, բոնչի խոշորագույն, բոնչի մշտադալար, գիհի սովորական, գիհի դազախական, գիհի բազմապտուղ, գիհի զարշահոտ, գլեդիչա սովորական, գերիմաստի, եղևնի արծաթափայլ

Ключевые слова: Озеленение, тополь белый, калина крупноплодная, калина вечнозеленая, лавролиственная, можжевельник обыкновенный, можжевельник многоплодный, можжевельник вонючий, гледичия обыкновенная, калина гордовина, ель колючая или серебристая

Keywords: Landscaping, *Viburnum macrocephalum*, *Viburnum tinus*, *Juniperus communis* L., *Juniperus sabina* L., *Juniperus oblonga* L., *Juniperus foetidissima* L., *Gleditschia vulgaris* (triconites), *Viburnum lantana*, *Picea pungens* Angelm,

А. Акопян

Современное состояние озеленения Степанакерта

Создание и охрана озеленения города на сегодняшний день являются одним из основных элементов экологического мониторинга окружающей среды.

В 2011 - 2014 гг. в Степанакерте было изучено современное состояние озеленения. Было выяснено, что в деле решения проблемы озеленения есть еще много недоделанных работ. Но, одновременно, необходимо отметить, что последние годы в этом направлении была проведена значительная работа. Рекомендуется учесть отмеченные в статье некоторые предложения.

A. Hakobyan

The Current State of Landscaping Stepanakert.

The creation and preservation of urban greening today is one of the main elements of environmental monitoring.

The modern state of landscaping was explored in Stepanakert in 2011-2014. It was found out that there was still much unfinished work in the solution of the landscaping problem. But at the same time, it is necessary to point out that significant work has been done in this direction recently. It is advisable to take into account some recommendations identified in the article.

Քաղաքի կանաչապատման ստեղծումը և պահպանումը այսօր հանդիսանում է շրջապատող միջավայրի էկոլոգիական մոնիտորինգի գլխավոր տարրերից մեկն է:

2011-14թթ. Ստեփանակերտում ուսումնասիրվել է կանաչապատման արդի վիճակը: Պարզվել է, որ կանաչապատման հիմնահարցը լուծելու գործում դեռ շատ անելիքներ կան: Միևնույն ժամանակ կարելի է նշել, որ վերջին տարիներին այդ ուղղությամբ տարվել են նշանակալից աշխատանքներ: Խորհուրդ ենք տալիս հաշվի առնել հոդվածում նշված որոշ առաջարկություններ:

Ներածություն: Քաղաքաշինության կառուցապատման համալիրում կանաչապատումը կարևոր բաղադրիչ է և կոչված է էկոլոգիական, բնակչության հանգստի օջախների ստեղծման, միկրոկլիմայի բարելավման ու, պարզապես, բնակավայրին գեղազարդ տեսք ապահովելու խնդիրների լուծմանը:

Գիտականորեն հիմնավորված կանաչապատումը ոչ միայն կարող է դառնալ տվյալ տարածքի բուսական կենսաբազմազանության պահպանության մասնիկը, այլև մարդկանց մոտ առաջ բերել էսթետիկական հաճույք և ճանաչողական դեր կատարել:

Ժողովրդի քաղաքակրթվածությունը բնորոշող ցուցանիշներից մեկն էլ տվյալ բնակավայրի կանաչապատման ընդհանուր վիճակն է: Ուրբանիզացված խոշոր քաղաքները չեն կարող չունենալ կանաչապատում: Այն մեծ դեր ունի մարդկանց սանիտարահիգիենիկ պայմանների բարելավման գործում, որովհետև մեղմում է կլիման, մաքրում է օդը փոշուց և այլ աղտոտվածություններից, սովերարկում է իր տակ տոթ օրերին մարդկանց, մեղմում է քամին: Կանաչ տնկարկներում, բաց տարածությունների համեմատությամբ, արեգակնային ճառագայթումը մոտ 10 անգամ թույլ է, ջերմաստիճանը՝ 18-20° C.-ով ցածր: Բուսական ծածկոցը 20 անգամ ավելի շատ

խոնավություն է գոլորշիացնում, քան բուսագուրկ տարածքը: Ամռան ամիսներին պուրակներում օդի հարաբերական խոնավությունը բուսագուրկ տարածքների համեմատությամբ 10-20%-ով բարձր է: Հաշվարկված է, որ 1 հա կանաչապատ տարածությունը մեկ օրում կարող է կլանել 8 կգ ածխաթթու գազ և այնքան թթվածին արտադրել, որը կբավարարի 200 մարդու կանոնավոր շնչառության համար: Ուստի, եթե տվյալ բնակավայրում յուրաքանչյուր բնակչին ընկնի 50 մ 2 կանաչ տարածություն, ապա լրիվ կապահովվի թթվածնի պահանջվող քանակությունը: Կանաչ տարածությունների ներսում օդը հարուստ է նաև օզոնով, որն առաջանում է խեժերի գոլորշիացման շնորհիվ:

Կանաչ տարածությունները կլանում են աղմուկը՝ մարդկանց պարզելով խաղաղ հանգիստ: Հաստատված է, որ աղմուկի ազդեցությունը մարդու օրգանիզմի վրա հավասար է որոշ թունավոր նյութերի ազդեցությանը: Տարբեր տեսակի բույսեր օժտված են աղմուկից պաշտպանելու տարբեր հատկություններով: Լայնատերև անտառները փշատերևների համեմատությամբ ավելի լավ են պաշտպանում աղմուկից: Լայնատերև անտառները կլանում են ձայնային էներգիայի 25%-ը, իսկ 75 %-ը ցրում են:

Այսպիսով՝ կարելի է փաստել, որ կանաչ տնկարկների բազմակողմ և լիարժեք օգտագործումը հանգեցնում է քաղաքի միջավայրի առողջացմանը:

Քաղաքի կանաչապատման ստեղծումը և պահպանումը այսօր շրջապատող միջավայրի էկոլոգիական մոնիտորինգի գլխավոր տարրերից մեկն է: Դրա հետ կապված հատուկ հրատապություն է առաջանում կանաչապատման համար օգտագործվող բույսերի տարատեսակների ընտրության հարցում: Այդ բույսերը պետք է ունենան դիմացկունություն և բարձր դեկորատիվություն / զարդարելու ընդունակություն/:

Մեր օրերում հսկայական է էկոհամակարգերի անտրոպոգեն աղտոտվածությունը, որի դեմ հենց մարդն էլ պետք է պայքար տանի: Արդի էկոլոգիական ճգնաժամային իրավիճակում կենսաբազմազանության և կենսոլորտի մաքուր պահպանությունը դարձել է առաջնահերթ հիմնախնդիրներից մեկը:

Մեր հետազոտության նպատակն է ուսումնասիրել Ստեփանակերտ քաղաքի կանաչապատման արդի վիճակը և առաջարկել որոշ հանձնարարականներ այդ ուղղությամբ:

Նյութը և մեթոդը: Հետազոտությունները կատարվել են 2012-2014 թթ.: Այդ ընթացքում իրականացվել են հետևյալ աշխատանքները՝ գույքագրում, լուսանկարում, երթուղարշավային հետազոտություններ, բույսերի տեսակային կազմի որոշում:

Հետազոտության օբյեկտ են հանդիսացել քաղաքի կանաչապատման համար օգտագործվող բոլոր ծառաթփատեսակները:

Արդյունքներ և քննարկում: Ստեփանակերտը հանրապետության արագ աճող խոշոր կենտրոններից մեկն է: Սովետական իշխանության տարիներին Ստեփանակերտը բուռն զարգացում էր ապրել: Բնակարանաշինարարության, գիտության, առևտրի, ճանապարհաշինարարական, արդյունաբերական ձեռնարկությունների և ժողովրդական տնտեսության մյուս ճյուղերի զարգացումը նպաստել են քաղաքային բնակչության աճին՝ բնական և գյուղական բնակավայրերից ներգաղթի ճանապարհով: Պետք է նշել, որ հասարակական օգտագործման կանաչապատ տարածությունների աճը հետ չի մնացել բնակչության աճից: Մինչդեռ վերջին տարիներին մայրաքաղաքում պարկաշինարարական աշխատանքներ շատ քիչ են կատարվում:

Հայտնի է, որ շինարարական օբյեկտները նախագծելիս հաշվի են առնում նաև տվյալ օբյեկտի կանաչապատումը, հաշվարկվում են պահանջվող ծախսերը և նախատեսվող կանաչապատման ծավալը: Արցախում կանաչապատման համար նախատեսվող ծախսերը շինարարական ծախ-

սերի համեմատ դեռևս շատ քիչ են: Քաղաքում շինարարական աշխատանքներ կատարելիս մեծ թվով ծառա- և թփատեսակներ են ոչնչացվում, ու օրեցօր նվազում են ներքաղաքային կանաչ տարածքները: Քաղաքում ոչ համամասնորեն շատացել են տրանսպորտային միջոցները, որոնք կենսոլորտն աղտոտող գործոն են, իսկ դրա լավագույն մաքրողը կանաչ բուսականությունն է, որի քանակը ոչ թե պիտի նվազի, այլև տարեցտարի աճի: Կանաչապատման համար կարևոր են նաև օգտագործվող ծառատեսակների առանձնահատկությունները:

Կանաչապատ տարածքը միայն խոտն ու ծառը չեն, այլ նաև դրանց նկատմամբ հոգատար վերաբերմունքն ու խնամքը, դրանց գեղագարդ տեսքի ապահովումը: Կանաչապատման համար ծառատեսակն ընտրելիս պետք է հաշվի առնել այն փաստը, որ մեր լեռնային երկիրն ունի օդի հարաբերական խոնավության բարձր մակարդակ, ուստի նպատակահարմար ենք գտնում տնկել լայնատերև ծառատեսակներ՝ լորենի, կաղնի, սոսի, հացենի, որոնք ավելի արագ կգոլորշիացնեն ջուրը և կիջեցնեն հողի և օդի բարձր խոնավությունը:

Ուսումնասիրությունները ցույց են տվել, որ Ստեփանակերտում կանաչապատման մեջ օգտագործում են հիմնականում ոչ հեռանկարային, ստանդարտին չհամապատասխանող անորակ ծառեր ու թփեր: Մեր կանաչապատող կազմակերպությունները բավարարվում են դրսից բերված տնկանյութերով, որը տեղական պայմաններին վատ են հարմարված և, բացի դրանից, թանկ են նստում: Օրինակ, Հյուսիսային Կովկասից բերված արծաթափայլ եղևնու մեկ բույսի արժեքը կազմում է մինչև 20-50 դոլար, մինչդեռ տնկարաններում տեղական տեսակներ աճեցնելու դեպքում դրանց ինքնարժեքը բավականին ցածր կլինի: Ժամանակն է վերջապես մտածելու այն մասին, որ պետք է մեր հանրապետության յուրաքանչյուր կլիմայական գոտու համար ստեղծվել առանձին դիֆերենցված տնկարաններ:

ԼՂՀ բնակչության մեծ մասը իր հանգիստը նախընտրում է անցկացնել կանաչ գոտիների գրկում, պուրակներում: Հիմնական կանաչ գոտիները կազմող ծառատեսակներից են՝ լորենի կովկասյան՝ *Tilia caucasica*, լորենի մանրատերև՝ *Tilia cordata*, թաղարնի բոխատերև (***Zelkova carpinifolia***), կենի հատապտղային՝ *Taxus beccata* L., թխկի սոսիատերև՝ *Acer platanoides*, թխկի դաշտային՝ *Acer campestre*, սոճի սովորական կամ անտառային՝ *Pinus sylvestris*, սոճի կովկասյան՝ *Pinus caucasica*, եղևնի արծաթափայլ՝ *Picea pungens*, եղևնի սովորական՝ *Picea abies*, թույա արևելյան՝ *Biota orientalis*, գիհի բազմապտուղ՝ *juniperus oblonga*, գիհի զարշահոտ-*juniperus foetidissima*, գիհի սովորական, գլեդիչա սովորական՝ *Gledeschia tricanthos*, ռոբինա կեղծ ակաղիա՝ *Robinia pseudoacacia*, կատալպա սովորական՝ *Catalpa ovate*, բոնչի մշտադալար /*калина вечнозеленная или лавролистная*/ *Viburnum laurifolium*:

ԼՂՀ խիստ բազմազան բնակլիմայական պայմանները պահանջում են կանաչապատման նորմաները որոշելիս յուրաքանչյուր կոնկրետ դեպքում ունենալ դիֆերենցված մոտեցում:

Համաշխարհային մասշտաբով կանաչապատման խնդիրը լուծված է համարվում, եթե առաջնորդվում են հետևյալ նշանաբանով. **«ոչ թե կանաչը՝ քաղաքի ներսում, այլ քաղաքը՝ կանաչի ներսում»:** Սա հնարավոր է իրագործել միայն ու միայն ինտենսիվ կանաչապատման շնորհիվ՝ կանաչապատման տակ դնելով կառույցներից ազատ բոլոր տարածությունները:

Խորհուրդ է տրվում աճող և զարգացող քաղաքներում, այդ թվում և մեր մայրաքաղաք Ստեփանակերտում մեկ հեկտարի վրա տեղադրել 200-250 ծառ և 1000-1500 թուփ, իսկ համաձայն կանաչապատման նորմաների՝ բաց տարածությունները չպետք է զբաղանցնեն 15-20 %-ից: Պետք է լինեն նաև ջրային մակերեսներ՝ երբեմն կանաչ տնկարկների հաշվին: Պարկային տեսակները պետք է զբաղեցնեն տարածքի ընդամենը 5%-ը:

Այս նորմաները միանգամայն հարմար են մեր հանրապետության մայրաքաղաքի համար: Տվյալ դեպքում մեկ բնակչին պետք է ընկնի 30-40 մ² կանաչապատ տարածություն, ինչպես պահանջում է հանգստի համար լիարժեք նորման: Պետք է փարատել այն թյուր կարծիքը, որ հաճախ արտահայտում են ծառահատողները և կանաչ տարածքներ ոչնչացնողները: Ըստ նրանց՝ իրենք ծառ են կտրում՝ պարզապես մի ուրիշ տեղ տնկելու համար: Մասնագետները այլ կերպ են մտածում: Նրանց կարծիքով, նվազագույնը պետք է 15 տարի, որ նույն տնկին ունենա նույն էկոլոգիական և առողջապահական արժեքը, ինչն ուներ հին հատված ծառը: Բացի դրանից՝ կան բազմաթիվ գործոններ, որոնք կարող են խափանել տնկու աճը: Եթե մենք հատենք մեկ ծառ, պետք է փոխարենը տնկել նվազագույնը՝ 10-ը: Իրականում մենք չպետք է մտածենք ծառ կտրելու մասին, այլ խոսենք միայն տնկելու մասին:

Ստեփանակերտ քաղաքի նորակառույց շենքերի փողոցները, օրինակ Արցախ թաղամասը, կանաչապատման կարիք ունի: Նպատակահարմար է տնկել խիտ սաղարթ ունեցող բարձրահասակ ծառատեսակներ, ինչպիսիք են լորենի կովկասյանը՝ *Tilia caucasica*, լորենի մանրատերերը՝ *Tilia cordata*, արևելյան սոսին՝ ***Platanus orientalis***, թխկիատերև սոսին՝ ***Platanus acerifolia***, ամառային կաղնին՝ ***Quercus robur***, կատալպա օվալատերերը՝ ***Catalpa ovate G.***, դազախական գլխին՝ ***Juniperus Sabina*** (1; 3): Նման տեսակներն ընդունակ են բարելավելու շրջապատի սանիտարահիգիենիկ պայմանները: Մեր քաղաքը չափազանց գեղեցիկ լինելով գարնան, ամռան, աշնան ամիսներին՝ գորշ ու անհրապույր է դառնում ձմռանը: Պատճառն այն է, որ բնակավայրի կանաչապատման բնագավառում հիմնականում աճեցնում են տերևաթափ տեսակներ: Մինչդեռ, ինչպես ցույց է տվել կանաչապատման նախորդ տարիների փորձը, քաղաք Ստեփանակերտում հրաշալի աճում են այնպիսի մշտադալար ծառատեսակներ և թփատեսակներ, ինչպիսիք են տոսախ մշտադալարը՝ *Buxus microphylla* L. կամ կովկասյան արմավենին՝ *Buxus sempervirens* L. բոնչի մշտադալարը՝ *Viburnum laurifolium* և այլ տեսակներ, որոնք ձմռան ամիսներին կարող են ինչպես զարդարել մեր քաղաքը, այնպես էլ կատարել սանիտարահիգիենիկ գործառույթ: Անհրաժեշտ է ունենալ ինժեներ-կանաչապատող մասնագետներ, որոնք լավ են պատկերացնում կանաչապատման խնդիրները, գիտեն ծառաթփային բուսականության կենսաբանական առանձնահատկությունները, ծանոթ են ժամանակակից քաղաքաշինության հիմունքներին և պարկաշինության նվաճումներին: Մինչև ժամանակ պետք է ավելացնել նաև այն, որ հնարավոր չէ արմատապես լուծել մեր բնակավայրերի կանաչապատման խնդիրը՝ առանց բնակչության լայն խավերի ակտիվ մասնակցության և սրտացավ վերաբերմունքի:

Կանաչապատման համար բուսամուշի ընտրումը շատ կարևոր է: Բուսամուշը պետք է լինի բազմազան, ունենա գեղազարդություն, արդյունավետ մաքրի շրջակա միջավայրի օդը, ստեղծի սանիտարահիգիենիկ պայմաններ և ունենա միկրոկլիմայական նորմալ ցուցանիշներ աշխատանքի և հանգստի վայրերում:

Հարուստ բուսամուշներ ունեն Արցախի անտառները: Բուսամուշն ընտրելիս պետք է հաշվի առնել հետևյալ հիմնական հատկանիշները՝

- բույսի կենսաբանական և էկոլոգիական հատկությունները՝ արագ աճ, գազի, փոշու, ծխի հանդեպ կայունություն, ջերմա- և ստվերադիմացկունություն, ցրտա- և չորադիմացկունություն, քամու հանդեպ կայունություն, երկարակեցություն, հողի հանդեպ քիչ պահանջկոտություն,

- բույսի սանիտարահիգիենիկ հատկությունները՝ օդի մաքրումը փոշուց, պաշտպանումը քամուց, աղմուկից, զովության պահպանումը, ֆիտոնցիդներով հարուստ լինելը, ոչ ալերգիկ լինելը և այլն,

- բույսի գեղազարդ լինելը՝ ունենա բույր, երկարատև ծաղկի:

Կարևոր հանգամանք է ծառերի և թփերի խնամքի ագրոտեխնիկական և ֆիտոտեխնիկական միջոցառումների ճիշտ կիրառումը(2): Դրանք են որոշում ծառերի և թփերի երկարակեցությունն ու գեղազարդությունը:

Ծառերի կամ թփերի տնկանյութը տեղադրելիս պետք է հաշվի առնել շենքի կամ կառույցի հեռավորությունը դրանից, հետիոտների անվտանգությունը, անցումների հարմարությունը, ինչպես նաև տնկանյութի խտությունը: Իսկ տնկանյութի սանիտարահիգիենիկ նշանակությունը երևում է այն ժամանակ, երբ տվյալ տեղանքում կան համապատասխան քանակությամբ ծառեր և թփեր:

Ուշադրություն պետք է դարձնել ծառերի և թփերի տնկման տիպերին: Տնկանյութը հիմնականում տնկում են շարքերով և ծառուղիներով: Տնկանյութի տեսքը պետք է լինի համաչափ, ունենա ուղիղ ցողուն և բուն, առողջ արմատային համակարգ, արտահայտված կմախքային ճյուղեր, չունենա չոր և վնասված ճյուղեր, վարակված չլինի միջատներով և հիվանդություններով: Ծառերի սաղարթը պիտի լինի բարձր, չխանգարի հետիոտների ազատ շարժվելուն:

Ծառերի և թփերի տնկման հիմնական կանոնները: Արցախում տնկիները հիմնականում տնկում են գարնանը և աշնանը, որովհետև այդ ժամանակ բույսը հասցնում է ձևավորել լավ արմատային համակարգ և պատրաստ է ձմեռման: Տունկը սկսում են վաղ գարնանը՝ ձնհալից հետո, երբ դեռ չեն բացվել բողբոջները: Փոսերը փորում են տնկելուց 1-3 օր առաջ: Տնկվող բույսի արմատները պետք է փորված փոսում լինեն ազատ: Տնկելուց հետո պետք է ջրել:

Ստեփանակերտում կանաչապատվող տարածքները հիմնականում ոռոգվում են անձրևաջրերով: Վերջին տարիներին՝ ամռան շատ շոգ օրերին, որոշ կենտրոնական փողոցներում կանաչապատ տարածքները ոռոգվում են հատուկ ջրցան մեքենաներով: Պյատաչոկում անց է կացվել ջրման ստացիոնար համակարգ: Սակայն կանաչապատ տարածքների ոռոգման հարցը Ստեփանակերտում դեռևս համարվում է չլուծված: Տարեց ծառերի ջրման ընդունված նորման մեկ ծառի համար 700-900լ է, թփինը՝ 300-400 լ, պետք է ջրել 15-20 օր ընդմիջումներով: Ծառերը և թփերը պետք է ամեն տարի պարարտացվեն:

Ծառերի էտումը և ձևավորումը: Էտի նպատակն է ստեղծել համահարաբերակցություն սաղարթի և արմատային համակարգի միջև: Էտման միջոցով ձևավորում են սաղարթը, հնարավորություն են տալիս, որ տերևներում սինթեզված օրգանական նյութերը լավ յուրացվեն արմատային համակարգի և գեներատիվ օրգանների կողմից, արագացնում կամ դանդաղեցնում են ծաղկումը, կանխում են հիվանդությունների տարածումը և այլն: Էտման միջոցով երիտասարդացնում են ծառը, որի նպատակն է ձեր սաղարթի փոխարինումը նորով: Ծեր ծառն էտելով՝ արհեստականորեն խախտում են արմատային համակարգի և վերգետնյա օրգանների միջև հավասարակշռությունը՝ ստիպելով ծառին կարճ ժամանակում վերականգնել այդ հավասարակշռությունը, արթնացնել քնած բողբոջները: Արդյունքում առաջանում են երիտասարդ ճյուղեր: Ծառը երիտասարդացնում են, եթե այն չորացել է 55-60 %-ով, բունը խիստ ձերացել է, աճը դանդաղ է ընթանում կամ վարակված է հիվանդություններով:

Նշված կանոնների պահպանումով կարելի է հասնել մեծ հաջողությունների շրջապատի կանաչապատման գործում:

Ստեփանակերտի դենդրոպուրակների տեսակային բազմազանությունը: Կանաչ գոտիները, որոնց թվում են պուրակները, զբոսայգիները, անտառատնկարանները, մեր կյանքում կատարում են սոցիալական մի շարք կարևորագույն գործառնություններ՝ առողջության պահպանման,

հանգստի ապահովման, մատաղ սերնդի դաստիարակության, զբոսաշրջության զարգացման և այլ խնդիրներում: Մեր օրերում յուրաքանչյուր անձ պետք է լավ իմանա կանաչ տեսակների տեղն ու դերը, որից էլ ձևավորվում է նրանց պահպանման և բնական օգտագործման կուլտուրան: Համաշխարհային պարկաշինության արվեստի հարուստ փորձին տիրապետելով և դրան համադրելով հայկական ճարտարպետության յուրօրինակ ոճը՝ հնարավորություն կունենանք ապագայում հպարտանալու մեր պարկաշինության արվեստով:

Ստորև ներկայացվում է Ստեփանակերտի դենդրոպուրակների տեսակային կազմը(1, 3):

Աղյուսակ 1

Ստեփանակերտ քաղաքի կանաչ պուրակներում աճող դենդրոտեսակները

Բուսատեսակի անվանումը			
Հ/Հ	Հայերեն	Ռուսերեն	Լատիներեն
1	2	3	4
1.	Ասպիրակ մոխրագույն	Спирея	Spiraea cinerea L.
2.	Ալբացիա կամ մետաքսյա ակացիա	Альбиция или шелковая акация	Albizia julibrissin
3.	Բարդի հինաձաղկատերև	Тополь бальзамический	Populus balsamifera L.
4.	Բարդի սև	Тополь черный	Populus nigra
5.	Բարդի սպիտակատերև	Тополь белый	Populus alba
6.	Բոնչի խոշորագլուխ	Калина крупноплодная	Viburnum macrocephalum
7.	Բոնչի մշտադալար	Калина вечнозеленная лавролистая	Viburnum tinus
8.	Գիհի սովորական	Можжевельник обыкновенный	Juniperus communis L.
9.	Գիհի դազախական	Можжевельник казацкий	Juniperus sabina L.
10.	Գիհի բազմապտուղ	Можжевельник многоплодный	Juniperus oblonga L.
11.	Գիհի գարշահոտ	Можжевельник вонючий	Juniperus foetidissima L.
12.	Գլեդիչա սովորական	Гледичия обыкновенная	Gledetschia vulgaris (tricones)
13.	Գերիմաստի	Калина гордовина	Viburnum lantana
14.	Եղնի արծաթափայլ	Ель колючая или серебристая, По характеру роста: 1.колоновидная 2.компактная По окраске хвои: 1.зеленая 2.голубая 3.серебристая	Picea pungens Angelm, 1.Picea p. Columnaris Sch. 2.Picea p. Compacta Richler 1.Picea pungens Viridi Reg. 2.Picea pungens glauca Reg. 3.Picea pungens argentea R.
15.	Եղնի սովորական	Ель обыкновенная	Picea abies karast
16.	Թույա կամ բիոտա արևելյան	Туя или биота восточная	Thuja / Bioata orientalis L.
17.	Թույա կամ բիոտա արևմտյան	Туя или биота западная	Thuja / Biota ,
18.	Թխկի դաշտային	Клен полевой	Acer campestre L.
19.	Թխկի սուիատերև	Клен остролистный	Acer platanoides L.

20.	Թխկի կեղծսուխատերն	Клен ложноплатановидный	Acer pseudoplatanus L.
21.	Թաղարնի բոխատերն	Дзельква граболистная	Zelkova carpinifolia
22.	Թավիշ սովորական	Плющ обыкновенный	Hedera helix
23.	Իլենի սովորական կամ եվրոպական	Бересклет обыкновенный или европейский	Euonymus europaea
24.	Իլենի ճապոնական	Бересклет японский вечнозеленый	Euonymus japonica
25.	Լորենի մանրատերն	Липа мелколистная	Tilia cordata
26.	Լորենի կովկասյան կամ խոշորատերն	Липа кавказская или крупнолистная	Tilia caucasica
27.	Կաղնի վրացական	Дуб грузинский	Quercus iberica
28.	Կաղնի ամառային	Дуб летний	Quercus robur
29.	Կաղնի խոշորառեն	Дуб крупнопольниковый	Quercus macranthera
30.	Կաղնի արևելյան	Дуб восточный	Quercus orientalis
31.	Կենի հատապտղային	Тис ягодный	Taxus baccata L.
32.	Կեչի սպիտակ	Береза белая	Betula alba L.
33.	Կատալպա օվալատերն	Катальпа оваловидная	Catalpa ovata
34.	Կրիպտոմերիա ճապոնական	Криптомерия японская	Cryptomeria japonicum
35.	Կերիա ճապոնական	Керия японская	Kerria japonica
36.	Յասաման սովորական	Сирень обыкновенная	Syringa vulgaris
37.	Յասաման չինական	Сирень китайский	Syringa chinensis
38.	Յասաման պարսկական	Сирень персидский	Syringa persica
39.	Յուկկա	Юкка славная	Yucca gloriosa L.
40.	Ռոբինիա կեղծակաջիա	Робиния лжеакация	Robinia pseudoacacia
41.	Սոճի կովկասյան	Сосна кавказская	Pinus hamata
42.	Սոճի սովորական կամ անտառային	Сосна обыкновенная	Pinus sylvestris
43.	Սոսի արևելյան	Платан восточный	Platanus orientalis
44.	Սոսի թխկիատերն	Платан кленолистный	Platanus acerifolia
45.	Տոսախ կամ կովկասյան արմավենի մշտադալար	Самшит или букс вечнозеленый	Buxus sempervirens L.
46.	Տոսախ մանրատերն	Самшит или букс мелколистный	Buxus microphylla L.
47.	Յոպտղի հորիզոնական	Кизильник горизонтальный	Cotoneaster horizontalis
48.	Ուտենի սպիտակ կամ լացող	Ива плачущая	Salix alba L.
49.	Ֆորիզիցա օվալատերն	Форизия оваловидная	Forsycia ovata
50.	Ֆորիզիցա միջին	Форизия средняя	Forsycia intermedia

Եզրակացություններ և առաջարկություններ

Ուսումնասիրելով Ստեփանակերտ քաղաքի կանաչապատման հիմնահարցը՝ կարելի է նշել՝

1. Այստեղ կանաչապատման մասին, որպես քաղաքաշինության լիարժեք բաղկացուցիչ մասի, դեռևս վաղ է խոսել:

2. Պետք է նկատի ունենալ, որ փողոցները հանդիսանում են բնակավայրերի դեմքն են, և դրանց արտաքին տեսքով է բնորոշվում քաղաքի բարեկարգման ու մշակույթի զարգացվածության աստիճանը: Սակայն, ցավոք, մեզ մոտ դեռևս անելիքներ շատ կան:

3. Փողոցների կանաչապատումն իրականացնելիս պետք է առաջնորդվել հետևյալ սկզբունքներով.

- Ծառերը պետք է տնկվեն բանուկ հատվածներից 1,2 - 1,5 մ, իսկ մոտակա կառույցից՝ առնվազն 5 մ հեռավորության վրա:

- Բնակելի, մանկական, բուժական, ուսումնական և արտադրական նշանակության շենքերում լուսավորության նկատմամբ հատուկ պահանջների դեպքում, մերձակա տարածքում կանաչ գոտի հիմնելիս ծառերի հեռավորությունը կառույցից պետք է կազմի հարավ-արևմտյան կողմնադրությունում հասուն ծառի բարձրության կրկնապատիկը, իսկ հյուսիսային, հյուսիս-արևելյան և հյուսիս-արևմտյան կողմնադրությունում՝ բարձրության չափից 1,5 անգամ ավելի: Շենքից դեպի հարավ կողմնադրությունում այն պետք է լինի հասուն ծառի բարձրության չափ:

- Ծառերը կամ թփերը խմբերով տեղաբաշխելիս, բացի տեսակաշարի ընտրությունից, պետք է հաշվի առնել նաև նրանց միջև եղած հեռավորությունը, որպեսզի ապագայում բույսերի սաղարթները կարողանան ազատ զարգանալ և դրսևորել իրենց բնորոշ բնապահպանական և գեղազարդ հատկանիշները:

- Փողոցների խաչմերուկներում տնկիների սաղարթը չպետք է ծածկի վարորդների տեսահաշտը:

- Հաշվի առնելով քաղաքի տարածքում տեղումների առատությունը՝ խորհուրդ ենք տալիս բնակելի շենքերի, դպրոցների, մանկապարտեզների բակային տարածքներում տնկել լայնատերև ծառատեսակներ:

- Քաղաք Ստեփանակերտում հրաշալի աճում են մշտադալար ծառատեսակներ և թփատեսակներ, որոնք ձմռան ամիսներին կարող են ինչպես զարդարել մեր քաղաքը, այնպես էլ կատարել սանիտարահիգիենիկ ֆունկցիա:

Գրականություն

1. Ղազարյան Ռ. Ս., Բույսերի տեսակների հայերեն-ռուսերեն-լատիներեն բառարան, Երևան, 1981:

2. Кочарян К.С., “Озеление населенных пунктов Арцаха /НКР/”, Степанакерт, Изд. Дизак плюс, 2011.

3. Сосновский Д. И, Л.Б. Махмадзе, “Краткий определитель деревьев и кустарников”, Ереван, 1950.

Տեղեկություններ հեղինակի մասին

Արմիդա Հակոբյան – ԱրՊՀ կենսաբանության ամբիոնի դոցենտ

E-mail: armida_hakobyan@mail.ru

Հոդվածը տպագրության է ներառվում խմբագրական կոլեգիայի անդամ, կ.գ.դ. Ա.Ա.Գուլյանը

ՀՏԴ 581.4

Բուսաբանություն

ԼԵՈՆԱՅԻՆ ՂԱՐԱԲԱՂԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ՖԼՈՐԱՅԻ ՇՈՒՇԱՆԱԶԳԻՆԵՐԻ ԸՆՏԱՆԻՔԻ ՏԵՍԱԿԱՅԻՆ ԿԱԶՄԻ ՏԱՐԱԾՎԱԾՈՒԹՅՈՒՆԸ Մայր ԾԱՏՐՅԱՆ

Բանալի բառեր՝ շուշանագիներ, դեղաբույս, սննդային, դեկորատիվ բույսեր, արևալ:

Ключевые слова: лилейные, лекарственные растения, съедобные дикорастущие растения, ареал

Keywords: Liliaceae, medicinal plant, nutritional ornamental plants, area

М. Цатурян

Распространение разновидностей семейства лилейных флоры Нагорно-Карабахской Республики

В результате полевых исследований и изучений были выявлены четырнадцать видов растений, принадлежащие семейству лилейных. Были выявлены ареалы распространения на территории НКР многочисленных видов, принадлежащих этому богатому ботаническому семейству, а также возможные последствия, возникшие в результате непрерывного их использования человеком, и необходимость мероприятий, которые потребуются для сохранения этого богатого биоразнообразия. Данная работа имеет также познавательное значение для общества любителей растений.

M. Tsatryan

Spreading of the Species of the Liliaceae Family of the Flora of the Nagorno-Karabakh Republic

As a result of field researches and studies, the fourteen botanical species, belonging to the Liliaceae family, were revealed.

The areas of spreading of numerous species, belonging to that rich botanical family on the NKR territory, were found out, as well as those possible consequences resulting from an uninterrupted human use of them and the need for measures required to preserve that rich biodiversity. This work also has cognitive significance for the society of plant lovers.

Դաշտային հետազոտությունների և ուսումնասիրությունների արդյունքում բացահայտվել են շուշանագիների ընտանիքին պատկանող տասնչորս բուսատեսակներ: Պարզվել են այդ հարուստ բուսաբանական ընտանիքին պատկանող բազմաթիվ տեսակների տարածման արեալները ԼՂՀ-ում, ինչպես նաև մարդու կողմից անընդհատ օգտագործման արդյունքում այն հնարավոր հետևանքներն ու միջոցառումների անհրաժեշտությունը, որոնք պահանջվելու են այդ հարուստ կենսաբազմազանությունը պահպանելու համար: Սույն աշխատանքը ունի նաև ճանաչողական նշանակություն բուսասեր հասարակության և բնակչության համար:

Դաշտային Ղարաբաղի հանրապետությունն /ԼՂՀ/ ունի հարուստ կենսաբազմազանություն, որտեղ իր յուրօրինակ տեղն ու դիրքն ունի բուսական աշխարհը: Սակայն, որքան էլ դա անհավանական թվա, ԼՂՀ ֆլորան ընդհանուր առմամբ, լուրջ ուսումնասիրությունների կարիք ունի:

Սույն աշխատանքում ներկայացվում են ծածկասերմերի /Angiospermae/ ընտանիքներից մեկի՝ շուշանագիների /Liliaceae/ ընտանիքի տեսակային բազմազանությունը և տարածվածությունը ԼՂՀ-ում:

Նշված ընտանիքին պատկանող ցեղերի տեսակային կազմի վերլուծության համար հիմք են հանդիսացել մեր կողմից կատարված արշավախմբային և դաշտային հետազոտական աշխատանքները ԼՂՀ տարածքում, ինչպես նաև բուսամուշնների հերբարիումային հավաքները: Ուսումնասիրությունների արդյունքում նպատակ ենք ունեցել ստեղծելու սննդային, գեղագարդիչ և դեկորատիվ նշանակություն ունեցող բույսերի արժեքավոր տվյալների բազա՝ ճշտելու նաև տարածման արեալները, կատարելու քարտեզագրում, պարզելու դրանց կենսաբանական առանձնահատկությունները, որոնք հիմք կհանդիսանան արտադրության մեջ ներդրման փորձեր կատարելու համար: Բույսերի տեսակային կազմը որոշել ենք բուսաբանության դասական որոշիչներով [2,3]:

Շուշանագիների ընտանիքը ընդգրկում է ավելի քան 3.5 հազար տեսակներ, որոնք տարածված են երկրագնդի ամենատարբեր բուսաշխարհագրական մարզերում: Կենսական ձևերն են՝ ծառեր,

լիանաներ և կիսալիանաներ, ամենից հաճախ բազմամյա խոտաբույսեր և շատ հազվադեպ՝ միամյաներ:

ԼՂՀ տարածքում մեր կողմից կատարված բուսաբանական ուսումնասիրությունների ընթացքում գրանցվել է Սոխ տարօրինակ /խազազր/*Allium paradoxum* (M.B.) Don. տեսակը, որը վաղ զարնանը սննդային մեծ արժեք է ներկայացնում: Այն բազմամյա խոտաբույս է, 20-50սմ երկարությամբ: Ունի գնդաձև սպիտակ սոխուկ: Ծաղկացողունը /ծաղկակոթը/ սուր եռանիստ է, հիմքում տերևների հետ միասին պատված է լորձանման նյութով: Տերևները մեկական են, երկար, գծանշտարած, հարթ, ամբողջանդր: Բազմանում է սոխուկներով: Հարուստ է վիտամիններով, եթերային յուղերով, սպիտակուցներով, ածխաջրերով, հանքային աղերով և այլ նյութերով: Խազազր օգտագործում են թարմ, թթու և աղ դրածի ձևով, սալաթի ու ճաշերի մեջ: Առանձնապես հաճույքով ուտում են աղով համեմած, եփած ու կտրտած ձվի և խազազի խառնուրդը: Խազազը հաճելի է նաև մածնի հետ:

Խազազը ունի բուժիչ հատկություններ: Նրա պարունակության մեջ մտնող ֆիտոնցիդները ոչնչացնում են վնասաբեր միկրոբներին և օրգանիզմը պաշտպանում հիվանդություններից: Դրանով բուժվում է գրիպը, բերոսկլերոզը, շնչուղիների կատարը, ակտիվանում աղեստամոքսային համակարգի գործունեությունը: Ուժեղացնում է հյուսապատումն ու արագացնում սննդանյութերի մարսումը և կլրացնում օրգանիզմի վիտամինների և սննդանյութերի պակասը: Սոխ տարօրինակն ունի նաև քնաբեր հատկություն և պատահական չէ, որ քնից առաջ, երբ ուտում են խազազ, հանգիստ քնում են ողջ գիշերը: Այն օգտակար է թշուրյունների և հավի ճտերի համար:

Խազազը հիմնականում կենտրոնացված է անտառային գոտու ստորին հատվածներում՝ Հաղբուրթի և Քաշաթաղի շրջաններում՝ 1000-1200 և 1200-1400մ բարձրություններում, իսկ մյուս շրջաններում՝ 900-1000մ բարձրություններում:

ԼՂՀ ֆլորայում հայտնի է Ծրեշ /*Eremurus*/ ցեղին պատկանող 1 տեսակ՝ Ծրեշ ուշագրավը /*E. spectabilis* M. B./, որը նույնպես վաղ զարնանը սննդային մեծ արժեք է ներկայացնում: Մատղաշ տերևներն ուտելի են: Ուտում են միայն տապակած վիճակում: Հանդիպում է հանրապետության լեռնային գոտիներում /1100-2200մ բարձրություններում/: Աճում է չոր, քարքարոտ, արևատ վայրերում: Նշված բուսատեսակի հերքարիումային նմուշները հավաքվել են Ասկերանի, Մարտունու, Քաշաթաղի շրջանների տարածքներից: Մեղրատու է և գեղազարդիչ: Բազմանում է սերմերով, արմատապարներով: Հայտնի է շրեշի բուժիչ հատկությունը: Չնայած բույսի պաշարները զգալի են, սակայն բազմակողմանի ու մեծ քանակությամբ օգտագործումը կարող է հանգեցնել տեսակի լրիվ անհետացմանը: Այս բուսատեսակը առայժմ չի մշակվում, չնայած որ մեծ սննդային արժեք է ներկայացնում:

Արցախի ֆլորայում տարածման մեծ արեալ ունի Աստաշուշան լեռնայինը /լսնջուղ/ *Ornithogalum montanum* Cyr./: Հանդիպում է չոր լանջերին, քարերի մեջ, լեռնատափաստաններում, ստորին լեռնայինից մինչև ենթալպյան գոտիների 850-2600մ բարձրություններում: Սննդում օգտագործում են եփած և թթու դրած՝ վիճակում:



Նկ.1 Ա. լեռնայինը /*O. montanum* Cyr./

Արժեքավոր սննդաբուսատեսակ է Ծնեբենկ դեղատուն /*Asparagus officinalis* L./: Աճում է անտառներում, կիսաանապատներում, քարքարոտ լանջերին, ժայռաճեղքերում /750-2200մ բարձրություններում/:

րում/։ Կոճղարմատավոր բույս է։ Նշված բուսատեսակի հերբարիումային նմուշները հավաքվել են Ասկերանի, Հադրութի, Մարտակերտի շրջանների տարածքներից։

Մեր կողմից կատարված ուսումնասիրությունների ընթացքում գրանցվել է Սագասոխի դեղինը /*Gagea lutea* (L.) Ker Gawl./։ Յոդունը մերկ է, կանգուն, բարձրությունը՝ 15-20սմ։ Ծաղկման շրջանը համապատասխանում է մարտ- ապրիլ ամիսներին։ Ծաղկաբույլը ողկուզանման է, ծաղիկները՝ դեղին։ Ժողովրդական բժշկության մեջ օգտագործում են սոխուկները։ Հանդիպում է լայնատերև անտառներում, հերկած դաշտերում, թփուտներում, լեռնալանջերին։



Նկ.2 Ս. դեղինը /*Gagea lutea* (L.) Ker Gawl/

Վաղ գարնանային բուսատեսակներից է նաև Մկնասոխ սիբիրյանը /*Scilla siberica* Andr./, խոնավասեր բույս է։ Հանդիպում է ԼՂՀ բոլոր շրջաններում։



Նկ.3 Ս. սիբիրյան /*Scilla siberica* Andr./

Մեր հանրապետությունում տարածված է պապլորը, որը տիպիկ հայկական ծաղկաբույս է և լայն տարածում է ստացել ամբողջ աշխարհում։ Մեր ուսումնասիրությունների ընթացքում գրանցվել ենք Պապլոր կովկասյան /*Muscari caucasicum* (Griseb.) Baker/, Պապլոր Շովիցի /*Muscari szovitsianum* Baker/, Սոսնովակու /*Muscari sosnowskyi* Schischia/ տեսակները։ Սոխարմատավոր բազմամյա բույսեր են, սակավաթիվ արմատամերձ գծանման տերևներով։ Ծաղիկները մանր են, բուրբուռնավետ, վերին ծաղիկները կապտաներկազույն են, ներքինները՝ վառ մանուշակազույն՝ հավաքված կարճ ծաղկակիրների ծայրին գտնվող բազմածաղիկ, խիտ ողկույզներում։ Արցախի տարածքում վայրի վիճակում հանդիպում է ամենուրեք։

Մեր հանրապետությունում գրանցվել ենք վարդակակաչի 2 տեսակ՝ Յուլիայի /*Tulipa Julia* K.Koch/ և երկծաղկավոր /*Tulipa biflora* Pall./։ Յուլիայի վարդակակաչը հավաքվել ենք ԼՂՀ բոլոր շրջանների տարածքներից, իսկ Երկծաղկավոր վարդակակաչը՝ Մարտունու շրջանից։

Շուշանագիների ընտանիքը ընդգրկում է նաև գեղագարդիչ, դեկորատիվ բույսեր՝ Հակինթ արևելյանը /*Hyacinthus orientalis* L./, տարածված է ծաղկագործության մեջ, արմավաշուշանը /*Yucca gloriosa*/, որը որպես գեղագարդ բուսատեսակ աճեցնում են ԼՂՀ բնակլիմայական պայմաններում: Արմավաշուշանը բազմացվում է ինչպես արմատածիլերով, այնպես էլ կտրոններով, որի համար օգտագործվում է բույսի գագաթի մասը: Օգտագործվում են ծաղկային ձևավորումներում, ինչպես նաև գազոնների վրա տնկում են որպես առանձնյակներ:

Մշակության մեջ հայտնի է նաև Հովտաշուշան մայիսյանը /*Convallariamajalis* L./: Այն վայրի վիճակում հանդիպում է Մարտակերտի, Ասկերանի շրջանների անտառներում: Խոնավասեր է, ջերմասեր: Բազմանում է սերմերով, կոճղարմատներով: Մշակության մեջ հայտնի են հովտաշուշանի բազմաթիվ՝ վարդագույն, լիաթերթ, խշոր ծաղիկներով և այլ տարատեսակներ:

Այսպիսով, մեր դաշտային ուսումնասիրությունների արդյունքում գրանցված բուսատեսակների մի մասը սննդային մեծ արժեք է ներկայացնում և բնակչության կողմից օգտագործվում է որպես տերևաբանջար /*Asparagus officinalis* L., *Ornithogalummontanum* Cyr./: Սակայն նշված բույսերից ոչ մեկը մշակության մեջ մտցված չէ: Ուստի կարելի է արտադրական ցանքերում մշակել այդ բույսերը՝ խթանելով տեսակի պահպանությունը, և հարստացնել մշակվող բանջարաբույսերի տեսականին: Ընտանիքը հարուստ է նաև գեղագարդիչ նշանակություն ունեցող մի շարք բույսերով, սակայն ծաղկագործության բնագավառում ներկայումս չի օգտագործվում պապրորը: Մինչդեռ կարելի է բազմացնել՝ տնկանյութը վերցնելով բնությունից: Պիտանի է պարտեզային ձևավորումների համար:

Գրականություն

1. В.А.Петров, Этноботаника Нагорного Карабаха, Баку, 1940.
2. Тахтаджян А. Л., Флора Армении, Ереван, 1980.
3. Новиков В.С., Губанов И.А., Популярный атлас-определитель, Дикорастущие растения, Москва, 2008.
4. Պ.Ա. Ղանդիլյան, Ա.Մ. Բարսեղյան, Հայաստանի վայրի ուտելի և համեմունքային բանջարաբույսերի գենոֆոնդը, Երևան, 1999:
5. Հովհաննիսյան Ջ.Հ., Կանաչ դեղատուփ, Երևան, 2005:

Տեղեկություններ հեղինակի մասին

Մայա Ծատրյան – ԱրՊՀ կենսաբանության ամբիոնի դասախոս
E-mail: maya.c@mail.ru

Հոդվածը տպագրության է նրաշխարհում խմբագրական կոլեգիայի անդամ, կ.գ.դ. Ա.Ա.Գուլյանը

ԱՐՅԱՆԱՀԱՅՈՒԹՅԱՆ ԾԱԳՈՒՄՆԱԲԱՆԱԿԱՆ ՀԱՐՅԵՐԻ ԱՐԴԻ ՎԻՃԱԿԸ Արթուր ՊՈԳՍՅԱՆ

Բանալի բառեր. Պատմական Հայաստան, Արցախի պատմություն, ծագումնաբանություն, գենետիկական պատմություն, լեզվաբանություն, հնագիտական վկայություններ, աշխարհագրական տվյալներ, գենետիկական հետազոտություններ, Արցախի բարբարոս, մարդաբանություն

Ключевые слова. Историческая Армения, история Арцаха, происхождение, генетическая история, лингвистика, археологические свидетельства, географические данные, генетические исследования, Арцахский диалект, антропология

Keywords. Historical Armenia, Artsakh history, origin, genetic history, linguistics, archaeological evidence, geographic information, genetic studies, Artsakh dialect, anthropology

A. Погосян

Современное состояние вопросов происхождения армян Арцаха

История восточных областей исторической Армении, в число которых входит Арцах, а также вопросы происхождения населяющих их популяций до сих пор вызывают множество споров разрешить которые с помощью традиционных подходов практически невозможно. Применение молекулярно-генетических методов для изучения генетической истории армян позволит решить многие из данных проблем. Важно отметить, что до сих пор в ранее проведенных генетических исследованиях армянская популяция рассматривалась как территориально однородная, без учета отдельных географических групп, что является недостаточным для реконструкции полного генетического портрета армян.

A. Pogosyan

The Current Views of the Issues of the Origin of Artsakh Armenians

History of the eastern provinces of historical Armenia, including Artsakh, as well as the problems, regarding the origins of its population, are still debatable, and, thus, are almost irresolvable with the help of traditional approaches. The utilization of molecular genetic techniques to study the genetic history of the Armenians may shed light to many of these problems. It is important to note that the genetic studies, having been conducted so far, the Armenian population has been considered as territorially homogeneous, without taking into account distinct geographical subgroups, and that is not sufficient for the reconstruction of the complete genetic portrait of Armenians.

Հայոց աշխարհի արևելյան շրջանների պատմությունը, որոնց թվին է պատկանում Արցախը, ինչպես նաև այնտեղ ապրող պոպուլյացիաների ծագումնաբանական հարցը մինչև հիմա մի շարք տարաձայնություններ է առաջացնում: Այդ տարաձայնությունները վերացնելը գործնականորեն անհնար է պատմական, հնագիտական, լեզվաբանական և այլ մեթոդներով: Հայոց պատմության գենետիկական ուսումնասիրության գործում բազում պատասխաններ կարող են տալ մոլեկուլային-գենետիկական մեթոդները: Կարևոր է նշել, որ մինչև հիմա կատարած գենետիկական ուսումնասիրություններում հայերը դիտվում էին, որպես տարածքային միատարր պոպուլյացիա, առանց հաշվի առնելու առանձին աշխարհագրական խմբերը, որը բավարար չէ հայերի լրիվ գենետիկական պատկերի վերարտադրման համար:

Ներածություն

Պատմական Հայաստանի արևելյան նահանգների, այդ թվում և Արցախի պատմության և արցախահայության ծագումնաբանական արմատների ուսումնասիրությունը պատմագիտության արդի հարցերից է, որը մի շարք կետերում առ այսօր վիճահարույց է, և որին գրեթե անհնար է միանշանակ պատասխանել միայն ավանդական (պատմական, լեզվական, մարդաբանական և այլն) մոտեցումների կիրառմամբ: Պատմական արժեքավոր փաստաթղթերի մի մասը ոչնչացվել կամ անհետացել է Հայկական լեռնաշխարհում բազմաթիվ արշավանքների և նրկրաշարժերի հետևանքով: Բացի այդ, հարևան երկրների միջև Հայաստանի ներկայիս պատմաքաղաքական բաժանման արդյունքում արևելյան և հնագիտական ուսումնասիրությունները դարձել են նրբախնդիր և դժվար իրագործելի առաջադրանք: Մյուս կողմից պատմական իրադարձությունները հազարամյակների հեռավորությունից քննարկելը կարող է հաճախ հանգեցնել իրարամերժ տեսակետների այն

պատճառով, որ աղբյուրները կամ եղած աղբյուրների մեկնաբանությունները կարող են տարբեր լինել և գուրկ ապացույցի կամ ճշգրտման հնարավորությունից: Մինչդեռ վերջին երկու տասնամյակներում գենետիկական մեթոդների առաջընթացը հնարավորություն է տվել բացատրել մինչ այժմ պատմաբանների և մարդաբանների համար անորոշ մնացած բազմաթիվ իրադարձություններ (1, 2):

Արցախը Հայաստանի բազմադարյա ընդհանուր ճակատագրի հետ մեկտեղ ունի նաև իր ինքնատիպ պատմությունն ու զարգացման առանձնահատկությունները, որ սկսած V դարի սկզբից՝ պարբերաբար կտրվում էր ազգային մայր միջավայրից, սակայն չէր կորցնում իր հայկական ընդհանուր նկարագիրը, ինչպես նաև տեղական ուրույն պատկերը: Այս համատեքստում, արցախահայության ծագումնաբանությանն առնչվող հարցերի արդի վիճակի հնագիտական, պատմական, լեզվաբանական և գենետիկական մոտեցումների համալիր վերլուծությունը, որին նվիրված է սույն հոդվածը, անշուշտ, կօժանդակի հայկական այս աշխարհագրական խմբի էթնոգենեզի հետ կապված հարցերի վերհանմանն ու լուսաբանմանը:

Հնագիտական վկայություններ

Արցախն աշխարհագրորեն զբաղեցնում է Փոքր Կովկասի հարավարևելյան տարածքը և Հայկական լեռնաշխարհի հյուսիսարևելյան հատվածի մի մասը, և իրենից ներկայացնում է հարթավայրերի և լեռնային գոգահովիտների մի ամբողջ համակարգ՝ բաժանված ներքին լեռնաշղթաներով:

Արցախի տարածքում մարդու առկայության մասին հնագիտական վկայությունները հասնում են մինչև հին քարեդարյան դարաշրջան: Այստեղ հայտնաբերվել են պալեոլիթյան և հետագա ժամանակաշրջանների բնակավայրերի, բերդերի ավերակներ և հետքեր՝ զանազան գեներների, զարդերի, գործիքների տեսքով: Նման փաստերը հուշում են, որ Արցախը Հայկական լեռնաշխարհի այն վայրերից է, որտեղ տեղի է ունեցել նախամարդուց ժամանակակից մարդու ձևավորման գործընթացը: Այդ առումով առանձնահատուկ հետաքրքրություն են ներկայացնում Հադրութի շրջանի Ագոխ գյուղի նույնանուն քարանձավի հնագիտական նյութերը, որոնք, մասնագետների կարծիքով, հնարավորություն են տալիս դիտարկել պլեյստոցենից մինչև հոլոցեն ընկած ժամանակահատվածում հնագույն մարդկանց գաղթողիները և բնակեցումը Փոքր Կովկասում (3): Ագոխի պեղումների ընթացքում հայտնաբերվել է հնագույն մարդու ստորին ծնոտի մի հատված, որը համապատասխանում է ուղիղ քայլող մարդու և նեանդերթալյան մարդու դարաշրջանների միջև անցումային ժամանակահատվածին (4, 5): Բացի այդ, այստեղ հայտնաբերվել են հսկայական քանակությամբ բրածո կենդանական մնացորդներ և օլդովայան, աշելյան, մուստերյան մշակույթներին պատկանող քարե գործիքներ, որոնք ներկայում պահվում են Ադրբեջանում՝ որպես նրանց մշակույթի անբաժանելի մաս: Երկրաբանական հետախուզական աշխատանքների ժամանակ քարեդարյան շրջանի մարդու գործունեության հետքեր են արձանագրված նաև Թաղարի, Քարին տակի և մի քանի այլ գյուղերի տարածքում տեղակայված քարանձավներում:

Ստեփանակերտի, Խոջալուի և Արցախի մի շարք այլ հնավայրեր հարուստ են կարասային, քարակղային, սարկոֆագային ձևերի թաղումներով և դամբարանաբլուրներով, որոնք պահպանում են ոչ միայն հանգուցյալների կմախքները, այլև նրանց կենցաղի, ռազմական կյանքի և այդ ժամանակին բնորոշ այլ առարկաներ՝ ներկայացնելով պատմական բրոնզի և երկաթի դարաշրջանները (6): Առաջաձորի և Խոջալուի դամբարաններից հայտնաբերված սպառազինության համար նախատեսված առարկաները, օրինակ, հնարավորություն են տալիս վերականգնել բրոնզեդարյան ծանր հետևազոր ռազմիկների արտաքին տեսքը (7): Դամբարանների կառուցվածքի, ինչպես նաև գերեզմանատների ուսումնասիրությունը, նախկինում հայտնաբերված նմանօրինակ նյութերի հետ համադրումը մատնանշում է, որ դրանք իրենց գուգահեռներն ունեն Սևանի ավազանի հուշարձաններում (8): Այդ դամբարաններում հնագետները պեղել են նաև ուշ բրոնզե դարից սկսվող ժամանակաշրջանին բնորոշ կարասային թաղումներ, որոնք հետաքրքիր տեղեկություններ են տալիս արհեստների ու արվեստների զարգացման, հավատալիքների մասին (բրոնզե կացիններ, զարդեր, պաշտամունքային արձանիկներ): Հաճախ հայտնաբերվել են նաև պղնձե ու ոսկե անավարտ իրեր ու զարդեր: Դրանց անավարտ լինելը փաստում է տեղական ծագման ու լայն գործունեության մասին (9):

Խոջալուի դամբարանադաշտից գերմանացի հնագետ Էմիլ Ռյոսլերը հայտնաբերել է ազաթն ուշագրավ ուլունք, որի վրա կա արձանագրություն՝ Ասորեստանի Ադադնիրարի I-ին (մ.թ.ա. 1310-1282թթ.) արքայի անվան հիշատակությամբ (10): Խ. Սամունյանի կարծիքով՝ Ասորական գրությամբ ազաթն ուլունքը Խոջալու է հասել տեղացի գեղապետներից մեկի միջոցով, ով, ամենայն հավանականությամբ, ծառայել է Ասորեստանի բանակում և որպես նվեր ստացել է Ադադնիրարի I-ի կողմից: Վերոհիշյալ փաստը վկայում է, որ Արցախը մ.թ.ա. III-II հազարամյակներում ընդգրկված է եղել Առաջավոր Ասիայի քաղաքակրթության ոլորտում:

Խոջալուի դամբարանաբլուրներից պեղված նյութերի մեջ գերակշռող են նաև Ուրարտական թագավորության հետ առնչվող նյութերը: Դրանցից մեկը՝ սարդիոնե զարդանախշը, ունի նաև սևագիր արձանագրություն Ռուսա թագավորի անվան հիշատակությամբ (11), ինչը վկայում է, որ այդ թագավորության մեջ էր գտնվում Արցախը:

Արցախի տարածքում դամբարանադաշտերի թաղումները և հարակից այլ նյութեր, հնագետ Վ. Բելկինի կարծիքով, պատկանում են հայերին և ընդհանրություններ ունեն Հայկական բարձրավանդակի համաժամանակյա հուշարձանների հետ (12): Նույնն է պնդում նաև հնագետ Ա. Իսրայելյանը, ով համանման գտածոների վերլուծությունից պարզել է, որ բրոնզեդարյան ժամանակաշրջանում Հայկական լեռնաշխարհի, այդ թվում նաև Արցախի տեղաբնակ գեղերի հավատալիքներն ու ծիսակատարությունները նույնատիպ էին (13): Բացի այդ, Արցախի Զաբուխ գյուղի մերձակայքում գտնվող հնավայրում հայտնաբերել են մի շարք քանդակների բեկորներ, որոնք, Ռյոսլերի կարծիքով, հայկական ծագում ունեն (14): Ի լրումն, հայտնի արևելագետ Ռ. Վիրխովը, ուսումնասիրելով և համեմատելով հայկական լեռնաշխարհի տարբեր հատվածներից հայտնաբերված նյութերը, գրել է. «Ընդունելով, որ վերին աստիճանի կարևորը ընդհանուր տիպն է, իսկ այս կողմից մինչև այժմ կատարված սակավաթիվ պեղումներն անգամ ցույց են տալիս, որ Գուգարքից սկսած մինչև Թարթառ գետի դաշտը ապրած հին ազգերը մի մշակույթի ներկայացուցիչներ էին» (15):

Այսպիսով, հնագիտական պեղածոների հիման վրա գիտնականները եկել են այն եզրակացության, որ հնագույն ժամանակներից ի վեր Արցախի տարածքը բնակեցված է եղել, ընդ որում՝ հնագույն մշակույթը, ըստ էության, հանդիսանում է Հայկական լեռնաշխարհի միասնական մշակույթի տեղական տարբերակ:

Պատմական ակնարկ

Պատմության վաղ շրջանի գուտ Արցախին վերաբերող աղբյուրագիտական տվյալները սակավաթիվ են: Օտար աղբյուրներից հասած տեղեկությունները գլխավորապես վերաբերում են ողջ հայ ժողովրդին ու պետական-վարչական միավոր Հայաստանին և հազվադեպ՝ նրա առանձին շրջաններին: Այնուամենայնիվ, Արցախը վաղագույն աղբյուրներում անգամ հիշատակվում էր անվանապես, ինչը պահպանվել է հետագա բոլոր ժամանակաշրջաններում:

Ուրարտական սևագիր արձանագրություններից հայտնի է դառնում, որ մ.թ.ա. 8-9-րդ դարերում Արցախը եղել է Վան-Արարատյան թագավորության կազմում, որի գահակալները դեպի հյուսիս-արևելք կատարած իրենց արշավանքների ընթացքում պետությանն են միացրել նոր երկրամասեր, որոնց թվում եղել է Արցախը (սևագրերում՝ Ադախունի կամ Ուրտեխինի) (16, 17): Ասվածը հիմնավորվում է արձանագրություններում այն տեղանունների հիշատակմամբ, որոնք համանման են Արցախի միջնադարյան և այժմյան որոշ գյուղանունների հետ (18): Ադախ տեղանունը հիշատակված է նաև հետագա ժամանակների հայկական աղբյուրներում (19, 20):

Ըստ էության, երկրամասը նույն անունով են կոչել նաև հին հույները: Ստրաբոնի հայտնի «Աշխարհագրություն»-ում Կուր գետի աջափնյակում տեղակայված երկրամասը հիշատակվում է «Օրիսիստենա»-Orcisthnh («Արցախի» հունարեն տարբերակը) անունով՝ որպես Մեծ Հայքի նահանգներից մեկը, որը հայտնի էր իր մեծաքանակ հեծելազորով (21): Վաղ միջնադարյան աղբյուրներն արձանագրում են երկրամասի ևս երկու անվանում՝ Ծավդեք՝ Ծավդեքյան իշխանական տան անունով (22), և Խաչեն՝ ի պատիվ իշխանանիստ համանուն բերդի (23): Վերջինը հիշատակվում է նաև քյուզանդական և պարսկական անվանակարգումներում (24, 25): Հարկ է նշել, որ բերդն ու երկրամասը կոչվում էին Խաչեն հենց այն պատճառով, որ տեղի բնակիչները հայեր էին: Պատմական

սկզբնաղբյուրներում «Ղարաբաղ» անվանումը հիշատակվում է 14-րդ դարից: Այն ձևավորվել է պարսկական աշխարհագրական անվանակարգման հիման վրա. ի տարբերություն երկրամասի հարթավայրային մասի, որը կրում էր «Բաղ-ի սաֆիդ» (Սպիտակ այգի) անունը, նրա լեռնային հատվածը անվանվեց «Բաղ-ի սայիդ», որը թյուրքալեզու իմաստավորմամբ վերափոխվեց «Ղարաբաղի» (Սև Այգի) (26, 27):

Հունա-հռոմեական և հայ աղբյուրները հստակ մատնանշում են, որ Վան-Արարատյան և նրան հաջորդած համահայկական թագավորական տների տիրապետության ժամանակներում պետության հյուսիսային սահմանն անցել է Կուր գետով, և դրանից հարավ ընկած տարածքները գտնվել են Հայոց պետության կազմի մեջ: Այստեղից կարելի է եզրակացնել, որ խոսքը վերաբերում էր նաև Արցախին, որը մ.թ.ա. VIII-I դարերում Հայոց միասնական պետության հետ էր (28):

Հին դարերի հաջորդ շրջանի (մ.թ.ա. I դար – մ.թ. III-IV դարեր) իրողությունները պատշաճ կերպով արտացոլված են հին հունական հեղինակների (Ստրաբոնի (մ.թ.ա. I - մ.թ. II դ.), Պտղոմեոսի (մ.թ. II դ.), Դիոն Կասիոսի (մ.թ. III դ.), Ստեփանոս Բյուզանդացու (մ.թ. IV դ.) և այլն) երկերում, որոնցից հայտնի է դառնում, որ Վանի թագավորության անկումից հետո Արցախը եղել է Երվանդունիների թագավորության (մ.թ.ա. VI-II դ.) կազմում: Դրա մասին են վկայում նաև նյութական մշակույթի բազմաթիվ հնագույն հուշարձաններ, որոնք հայտնաբերվել են վերջին հարյուրամյակի ընթացքում (29):

Բուն հայկական սկզբնաղբյուրներում, որոնք Արցախի մասին տեղեկություններ են հաղորդել սկսած V դարից, հին իրականության համատեքստում նահանգը ներկայացվում էր Մեծ Հայքի միասնական պետության կազմում, որը կարևոր դեր էր խաղում հայոց վարչական ու մշակութային կյանքում՝ պահպանելով իր ուրույն առանձնահատկությունները: Հայ պատմաբան Լեոն Արցախը համեմատել է «հսկայական միջնաբերդի» հետ, առանց որի «անհնար է երևակայել Հայաստանի սրտի, այն է՝ Արարատյան երկրի պաշտպանությունը» (30):

Պատմահայր Մովսես Խորենացու (V դ.) հաղորդմամբ՝ մ.թ.ա. IV դարի վերջերից Արցախը, ինչպես նաև հարակից Ուտիքն ու Սյունիքը շարունակում էին մնալ Երվանդունյաց պետության կազմում (31), որի անկումից հետո այն անցնում է Արտաշեսյան տիրապետության (մ.թ.ա. 189 - մ.թ. 1թթ.) տակ՝ որպես վերջինիս 15 նահանգներից մեկը: Դրա մասին է վկայում նաև գերմանացի լեզվաբան և հայագետ Հյուբերտը, ով գտնում էր, որ Հայաստանն Արտաշեսի օրոք իր մեջ բովանդակում էր 15 նահանգ, այդ թվում՝ Արցախը (32): Իսկ Ստրաբոնը, խոսելով իր ժամանակի Հայաստանի ազգագրական փճակի մասին, հաղորդում է, որ ամբողջ երկիրը միավորու էր (33), այսինքն՝ հայալեզու, ինչից կարելի է ենթադրել, որ Արցախի բնակչությունը հայ էր ու հայախոս: Ստրաբոնի վկայությունները հաստատել է նաև Խորենացին, ով նույնպես հայոց լեզուն առնչում էր պետության սահմանների հետ (34): Ծարունակելով միտքը՝ Խորենացին գրում է, որ Վաղարշակ-Արտաշեսը Կուրի և Արաքսի միջագետքի (այսինքն՝ Արցախի և Ուտիքի) կուսակալ կարգեց Հայկի սերնդից Առանին, ումից սերում էր Առանշահիկների հայտնի արցախյան նախարարական տոհմը: Պատմահայրը Արաքսի և Կուրի միջագետքում ապրած բնակչությունը հիշում է նրանց իշխանական տների անուններով՝ «Գարդմանացոց եւ Ծաղկացոց եւ Գարգարացոց» (35)՝ հաստատելով Արցախի բնակչության հայկյան ծագումը: Այն, որ Արցախը գտնվում էր Արտաշեսյանների թագավորության կազմում, վկայում է նաև Տիգրան Բ Մեծի (մ.թ.ա. 95-55թթ.) կողմից Արցախում Տիգրանակերտ քաղաքի կառուցման փաստը (36), որի հիմքերն առ այսօր պահպանվում են:

Մ.թ. IV դարավերջին Բյուզանդական կայսրության և Սասանյան Պարսկաստանի միջև Մեծ Հայքի մասնատումից հետո Արցախը (նաև Ուտիքը) ընդգրկվեց Կուրի ձախսափնյակում գտնվող Աղվանական թագավորության (հայկական տարեգրության մեջ՝ Բուն Աղվանքի), իսկ դրա անկումից հետո՝ նորաստեղծ Աղվանական մարզպանության կազմում (37): Եվ միայն դրանից հետո Արցախի ճակատագիրը կապվեց Աղվանքի հետ, որը սակայն հետագա դարերում շարունակում էր մնալ զուտ աշխարհագրական տարածք՝ էթնիկապես բազմաազգային բնակչությամբ: Դրա մասին է վկայում նաև այն փաստը, որ մարզպանական Աղվանքի հյուսիսային հատվածը հետագայում մասնատվեց առանձին փոքր թագավորությունների՝ հանդես գալով տեղաբնակ ցեղերի կամ իշխանական տների անուններով (38): Աղվանական մարզպանության հայկական գավառներում իշխում էին վերոնշյալ

Առանշահիների նախարարական տան ժառանգական կառավարիչները (39), որոնցից վաչագան Բարեպաշտի գահակալման օրոք (V-VI դդ.) Աղվանից երկրամասը տնտեսական, քաղաքական և մշակութային վերելք ապրեց: X դարի հայ պատմաբան Մովսես Կաղանկատվացու՝ «Պատմութիւն Աղուանից աշխարհի» աշխատության մեջ բազմակողմանիորեն ներկայացված է Արցախ և Ուտիք նահանգների (հայկական Աղվանքի) պատմությունը՝ մեծամասամբ քաղված Փավստոս Բուզանդից, Մովսես Խորենացուց, Ագաթանգեղոսից, Եղիշեից, դավանաբանական և այլ գրավոր աղբյուրներից (40):

Հայոց աշխարհի հոգևոր-մշակութային կյանքում IV-V դարերը նշանավորվում են որպես քրիստոնեության ծաղկման շրջան և Հայոց գրերի գյուտով: Հատկանշական է, որ IV դարում հենց Արցախում է հիմնվել երկրի արևելյան նահանգների առաջին եպիսկոպոսանիստը՝ Ամարասի վանքային համալիրը, որտեղ էլ հայ գրի ստեղծող Մեսրոպ Մաշտոցը V դարում բացել է առաջին հայկական դպրոցը:

Չմանրամասնելով Արցախի հետագա պատմագրությունը, որը հավուր պատշաճի լուսաբանված է բազմաթիվ գրավոր աղբյուրներում՝ սկսած V դարից մինչև մեր օրերը, միայն նշենք, որ ավելի ուշ միջնադարում Արցախն ընկնում է արաբական (7-9-րդ դդ.), ապա և կենտրոնասիական թյուրքական և մոնղոլական (11-14-րդ դդ.) իշխանության տակ, իսկ 16-րդ դարում՝ Հարավային Կովկասի մեծագույն մասի հետ նվաճվում է Սևիյան Պարսկաստանի կողմից: Եվ չնայած այս ամենին՝ Արցախի բնակչությունը մնաց գլխավորապես հայկական, ավելին, արցախցիներին հաջողվեց պահպանել երկրի ինքնիշխանությունը (41):

Արցախի մասին հարուստ նյութ են տրամադրում նաև Հայաստանի հին քարտեզները, միջնադարյան հայկական, պարսկական, արաբական պատմաբանների, աշխարհագետների, ճանապարհորդների աշխատանքները, որոնք միաբերան Արցախը հիշատակում են որպես Հայաստանի տասներորդ նահանգ և մատնանշում Արցախի հայ բնակչությունը (42, 43):

Արցախյան բարբառը

Ժողովուրդների ծագումնաբանական միասնությունը փաստվում է նաև նրանց լեզվական ընդհանրությամբ: Եթե լեզուն արտահայտում է դրանով խոսող ժողովրդի պատմական և մշակութային առանձնահատկությունները, ապա համանմանորեն բարբառն էլ արտահայտում է ազգահատվածի պատմական ճակատագիրը:

Լեզվաբանական հետազոտությունների համաձայն՝ կենդանի հնդեվրոպական լեզուների թվում հայերենը համարվում է հնագույնը և առավելագույնս մոտ է հունական և բալկանյան լեզուներին (44, 45): Բացի այդ, ոչ հնդեվրոպական խոռոչ-ուրարտական մեծած լեզուն, որով խոսում էին պատմական Հայաստանի բնակիչները բրոնզի դարաշրջանում (46), սերում էր հնդեվրոպական լեզվախմբի հետ ընդհանուր նախալեզվից (47): Համարելով, որ նախահնդեվրոպական և հնդեվրոպական լեզուների ակունքները սկիզբ են առնում Անատոլիայից կամ Անդրկովկասից (48), որոշ հեղինակներ, օգտագործելով լեզվական այդ նմանությունները, մատնանշում են, որ հայերը հնդեվրոպական ցեղախմբերի մերձավոր հետնորդներն են, իսկ լեզվախմբի տարածումը դեպի Եվրոպա տեղի է ունեցել Հայկական լեռնաշխարհից հետագա գաղթների հետևանքով (49, 50):

Հայոց միասնական լեզուն, որը հայ գրերի ստեղծման շնորհիվ V դարի սկզբներից գրավոր լեզու է դառնում, ունեցել է իր բարբառները, որոնք գոյացել են ինչպես հայ ցեղային լեզվի կազմավորման ընթացքում, այնպես էլ ավելի ուշ՝ առանձնանալով ընդհանուր լեզվից կամ ցեղակից և ոչ ցեղակից լեզուների հիման վրա: Անկախ առաջացման եղանակից՝ այդ բարբառները մշտապես ուղեկցել են մայր լեզվին իր գոյության սկզբից (51): Քերովբե Պատկանյանը նույնպես փաստում է, որ հայերենի բարբառները համարյա անփոփոխ գոյություն են ունեցել նաև 5-րդ դարից առաջ՝ որպես հայ ազգի գոյացմանը մասնակցած ցեղերի լեզուների փոփոխված ու մշակված մնացորդներ (52):

Հատկանշական է, որ լեզվաբանները հայոց լեզվի բարբառներից աշխարհագրորեն ամենաընդգրկուն են համարում արցախյան բարբառը, որն արտագնա հոսքերով տարածվել և, ամենակարևորը, պահպանվել է ամենուր, որտեղ հասել են հին արցախահայ գաղթականները (53, 54): Ուշագրավ է նաև այն հանգամանքը, որ առանց գաղթավայրերի՝ արցախ-դարաբաղյան բարբառի տիրապետության սահմանները ներառում են Մեծ Սյունիքը, Արցախը, Փայտակարանը և Ուտիքը, այսինքն՝ Հայոց

արևելյան գավառները: Այն առանձնանում է իր հարստությամբ և ճկունությամբ, որը թերևս հայոց ամենակենսունակ և ամենահամառ բարբառներից մեկն է (55):

VII դարի վերջին ապրած ու ստեղծագործած Ստեփանոս Սյունեցին, իր «Մեկնութիւն քերականին» աշխատությունում թվարկելով հայոց եզրակալ (ծայրերկրային) բարբառները, այդ թվում նաև «գԱր-ցախային...», խիստ արժեքավոր էր համարում դրանց իմացությունը, միևնույն ժամանակ հանձնարարում անաղարտ պահել միասնական ազգային լեզուն (56)՝ ի նկատի ունենալով գրաբարը:

Ընդհանրապես, հայերեն որևէ բառի գոյացումն ու զարգացման ընթացքը պարզելու համար ամենից հարմար եղանակը վաղնջական ժամանակների խոսակցական գրաբարի հետ համեմատությունն է: Բավական է նշել արցախ-դարբասյան բարբառում պահպանված որոշ ձևաբանական առանձնահատկություններ՝ համոզվելու, որ դրանք սերում են գրաբարից: Օրինակ, ի տարբերություն այլ բարբառների՝ արցախյանը պահպանել է գրաբարյան բառավորքի «ն» հանգը՝ միայն ենթարկվելով իրեն բնորոշ փոփոխության (դուռն-տոռնը, նուռն-նոռնը, կաթն-կաթնը, սառն-սառնը): Բացի այդ, արցախյան բարբառում պահպանվել են գրաբարին բնորոշ բառակազմի «փ» (ֆուրգոն-փուրգոն, ֆիզիկա-փիզիկա, ֆրանսիա-Փրանսիա) և «յ» (հղի-յղղե, հաղթել-յեխնել) հնչյունները, բառակազմի հավելուրդային «հ»-ն (ոնց-հոնց, ինչ-հինչ, ընկեր-հրնգեր և այլն): Արցախի բարբառում պահպանվել են նաև զուտ գրաբարյան որոշ հոլովաձևեր (գիշերաւ-քշերավ և այլն) (57): Հետաքրքիր է, որ հնդեվրոպական լեզվաընտանիքից անջատված լեզուներում, այդ թվում և հայերենում, այլափոխված ձևով պահպանված մի շարք բառեր արցախյան բարբառում առ այսօր պահպանվել են գրեթե անփոփոխ տեսքով:

Վերջում ավելորդ չէ նաև նշել, որ ըստ հայերի վերաբերյալ մարդաբանական ուսումնասիրությունների հիմնադիր Վ. Բունակի՝ Արցախի հայերը ոչ միայն պատկանում են հնդեվրոպական լեզվաընտանիքի արմենոիդ մարդաբանական տիպին, այլև հանդիսանում են այդ տիպի ամենացայտուն ներկայացուցիչները (58):

Գենետիկական հետազոտություններ

Հնագիտական, պատմական, լեզվաբանական փաստագրությունների հակիրճ վերլուծությունից ակնհայտ է դառնում, որ Արցախը Հայկական լեռնաշխարհի բնիկ հայ ժողովրդի հայրենիքի անբաժան մասն է եղել, իսկ բնակչությունը՝ հայ:

Ժամանակակից հայերը բնութագրվում են որպես հստակ ձևավորված էթնիկական խումբ, ովքեր խոսում են հնդեվրոպական ընտանիքին պատկանող հայոց լեզվով: Այդուհանդերձ, հայ ժողովրդի գենետիկական արմատներին ու կազմավորմանը վերաբերող բազմաթիվ հարցեր դեռևս մնում են չպարզաբանված. որտեղի՞ց է ծագում մեր ժողովուրդը, ե՞րբ և ինչպե՞ս է ձևավորվել իբրև ինքնուրույն էթնիկ միավոր, ինչպե՞ս է ներկրամասի պատմական անցյալն անդրադարձել հայկական էթնոսի գենոֆոնդի վրա և որքանո՞վ է այն բազմազան: Այսօրինակ հարցերը ներկայում մատչելի են ուսումնասիրման վերջին տարիներին լայնորեն կիրառվող էվոլյուցիոն և պոպուլյացիոն գենետիկական հետազոտությունների միջոցով, որոնք հնարավորություն են ընձեռում համապարփակ կերպով բնութագրել բարդ պատմական անցուդարձերի ազդեցությունը ժողովուրդների գենետիկական կառուցվածքի վրա (59, 60):

Մինչ այժմ իրականացված հայ ժողովրդի մի շարք գենետիկական հետազոտություններ ցույց են տվել, որ պոպուլյացիայի աճի սկիզբը համապատասխանում է նեոլիթյան ներկագործության մեկնարկային ժամանակաշրջանին (61), իսկ հայերի գենոֆոնդը միջանկյալ դիրք է զբաղեցնում մերձարևելյան և եվրոպական պոպուլյացիաների միջև (62)՝ հաստատելով հնագիտական այն վկայությունները, որ Հայաստանը հանդիսացել է Մերձավոր Արևելքից դեպի Եվրոպա նեոլիթյան գաղթների միջանցք: Վերջերս հրատարակված մեկ այլ աշխատանքում ուսումնասիրված նեոլիթյան հայրագծային ազդակները վկայում են, որ Հայկական լեռնաշխարհը վերաբնակեցվել է ներկագործների կողմից շուրջ 8-10 հազար տարի առաջ (63), ինչը վկայում է, որ հայերը տեղաբնիկ են իրենց զբաղեցրած տարածքներում:

Բացի այդ, տարբեր գենետիկական մարկերային համակարգերով իրականացված հայկական պոպուլյացիայի ուսումնասիրությունը բացահայտել է ավելի սերտ գենետիկական նմանություն հայերի և Լոմվասի իրենց աշխարհագրական հարևանների միջև՝ ի համեմատ նրանց եվրոպական

լեզվական ազգակիցների (64): Դա մատնանշում է, որ Հայկական լեռնաշխարհում հնդեվրոպական լեզուների տարածումը չի ուղեկցվել տեղաբնիկների գենոֆոնդի էական փոփոխություններով:

Չնայած ժամանակակից հայերի էթնիկական համասնությունը՝ հայկական գենոֆոնդի հետագա ուսումնասիրությունների արդյունքում բացահայտվել է պոպուլյացիայի արտահայտված տարածաշրջանային շերտավորում: Այդ աշխատանքների արդյունքները պաշտպանում են նաև հայկական պոպուլյացիայի միջերկրածովյան ծագման տեսակետը (65):

Այնուամենայնիվ, հարկ է նշել, որ նախկինում իրականացված հայերի գենետիկական հետազոտությունները հիմնականում կատարվել են ընդհանուր հայկական պոպուլյացիայում՝ ըստ էության հաշվի չառնելով աշխարհագրական ստորաբաժանումները: Մինչդեռ պատմական Հայաստանի և հատկապես նրա արևելյան շրջանների, որոնք պատմական իրադարձությունների թելադրանքով հարաբերականորեն մեկուսացված են եղել, գենետիկական պատմության վերականգնումը թույլ կտա հիմնավորված եզրակացություններ կատարել ժամանակակից հայերի բազմազանության վերաբերյալ և վերականգնել հայկական էթնոսի առավել ամբողջական գենետիկական պատկերը:

Գրականություն

1. Jobling M.A., Tyler-Smith C. The human Y chromosome: an evolutionary marker comes of age. *Nat Rev Genet.* 2003, 4:598-612
2. Underhill P.A., Kivisild T. Use of Y Chromosome and Mitochondrial DNA Population Structure in Tracing Human Migrations. *Annu Rev Genet.* 2007, 41:539-564
3. Fernández-Jalvo Y., King T., Andrews P., Yepiskoposyan L., Moloney N., Murray J., Domínguez-Alonso P., Asryan L., Ditchfield P., van der Made J., Torres T., Sevilla P., Nieto Díaz M., Cáceres I., Allué E., Marín Monfort M.D., Sanz Martín T. The Azokh Cave complex: Middle Pleistocene to Holocene human occupation in the Caucasus. *Journal of Human Evolution.* 2010, 58: 103-109
4. Kasimova R.M. Anthropological research of Azykh Man osseous remains. *Human Evolution.* 2001, 16, 37-44
5. Yakimov V.P. New materials of Skeletal Remains of Ancient Peoples in the Soviet Union. In: L-K. Kongissson, ed. *Current argument on Early Man.* The Royal Swedish Academy of Sciences. Exeter: Pergamon Press, 1980
6. Асрян Ю. Нагорный Карабах в эпоху поздней бронзы и раннего железа (II-I тыс. до н.э.), Степанакерт, 1999, стр. 11
7. Пиотровский Б. Археология Закавказья (с древнейших времен до I тысячелетия до н. э.). Л., 1949, стр. 87-88
8. Пиотровский Б. *ibid*, стр. 55
9. Ուլուբաբյան Բ., Արցախի պատմությունը, Եր., 1994, էջ 18
10. Սամուելյան Խ., Հին Հայաստանի կուլտուրան, Եր., 1914, էջ 309
11. Меликишвили Г.А. Урартские клинообразные надписи, Москва, 1960, стр. 310, 446
12. Асрян Ю. *ibid*, стр. 5
13. Իսրայելյան Ա., Կուլտուրան և հավատալիքները Հայաստանում ու թրոնգի դարաշրջանում, Եր., 1976, էջ 36
14. Սամուելյան Խ. *ibid*.
15. Վիրխով Ռ., Կովկասի տեղը քաղաքակրթության պատմության մեջ, «Ազգագրական հանդես», 1895, էջ 66
16. Меликишвили Г.А. *ibid*, стр. 310, 446
17. Капанцян Г.А. Chetto-Armeniaca, Ереван, 1931, с. 104
18. Կարազնոզյան Յ., Սեպագիր տեղանուններ Այրարատում և հարակից նահանգներում, Եր., 1998, էջ 85, 139
19. Մովսես Կաղանկատուացի, Պատմութիւն Աղուանից աշխարհի, Եր., 1983, էջ 353
20. Օրբելյան Ս., Պատմութիւն նահանգին Սիսական, Թիֆլիս, 1910, էջ 278

21. Ստրաբոն, Աշխարհագրություն, XI, XIV, 4
22. Ագաթանգեղոս, Պատմություն Հայոց, Թիֆլիս, 1909, էջ 414
23. Մովսես Լաղանկատուացի, *ibid*, էջ 340
24. Օտար աղբյուրները Հայաստանի և հայերի մասին, հ. 6: Բյուզանդական աղբյուրներ, հ. Բ: Կոնստանդին Ծիրանածին, Բյուզանդական արքունիքի արարողությունների մասին, Գիրք նրկրորդ, գլուխ 48, էջ 151
25. Миклухо-Маклай Н. Д. Географическое сочинение XIII в. на персидском языке (Новый источник по исторической географии Азербайджана и Армении) "Ученые записки Института востоковедения", т. IX, М.-Л., 1954
26. Картлис цховреба. т. 2, Тбилиси, 1959, с. 240 (на древнегруз. яз.)
27. Hamd-Allah Mustawfi of Qazwin. The Geographical par of thet Nuzhat-al-Qulub. Trans. By G. Le Strange, Leyden, 1919, p. 173, 174
28. Ուլուբաքյան Բ., *ibid*, էջ 13
29. Мкртчян III. Арцах. Ер., 1991, стр. 8
30. Լեո, Հայոց պատմություն, Երկերի ժողովածու, հատոր 2, Եր., 1973, էջ 32-33
31. Մովսես Խորենացի, Հայոց պատմություն, Եր., 1981, էջ 169-170
32. Հյուբեյսյան Հ., Հին Հայոց տնտեսական անունները, թարգմ. Հ. Պիլեզիկյանի, Վիեննա, 1907, Ազգ-մատ. ԾԳ, էջ 22-23
33. Ստրաբոն, *ibid*, 5
34. Մովսես Խորենացի, *ibid*, էջ 112-113
35. Մովսես Խորենացի, *ibid*, էջ 153-154
36. «Պատմություն Սեբեոսի», աշխատասիրությամբ Գ.Վ. Աբգարյանի, Եր., 1979, էջ 125
37. Адонц Н. Армения в эпоху Юстиниана. Ереван, 1971, с. 225
38. Нагорный Карабах. Историческая справка. АН Арм ССР, Ер., 1988
39. Ուլուբաքյան Բ., Դրվագներ Հայոց Արևելից կողմանց պատմության (V-VII դդ.): Եր., 1961, էջ 129
40. Մովսես Լաղանկատուացի, *ibid*, 1983
41. Andersen A. Atlas of Conflicts: Armenia and Karabakh. Lost home: Armenians live in Turkey, Iran & other lands (1600-1801)
42. Երենյան Ս.Ս., Հայաստանը ըստ Աշխարհացոյցի, Երևան, 1963, էջ 105
43. Newsen R.H. Armenia: A Historical Atlas. The University of Chicago Press, 2001, pp. 40-41
44. Gray R.D. and Atkinson Q.D. Language-tree divergence times support the Anatolian theory of Indo-European origin. Nature, 2003, 426: 435-438
45. Bouckaert R., Lemey P., Dunn M., Greenhill S.J., Alekseyenko A.V., Drummond A.J., Gray R., Suchard M., and Atkinson Q.D. Mapping the origins and expansion of the Indo-European language family. Science, 2012, 337: 957-960
46. Piotrovsky B.B. The Ancient Civilization of Urartu. London: Cresset Press, 1969
47. Fournet A. and Bomhard A.R. The Indo-European Elements in Hurrian/Charleston, 2010
48. Гамакредидзе Т.В., Иванов В.В. Индоевропейский язык и индоевропейцы. Реконструкция и историко-типологический анализ проязыка и протокультуры. т. 2, Тбилиси, 1984, стр. 896
49. Renfrew C. Archaeology and Language: The Puzzle of Indo-European Origins. Jonathan Cape, London, 1987
50. Gamkrelidze T.V. and Ivanov V.V. Indo-European and the Indo-Europeans. A Reconstruction and Historical Analysis of a Proto-Language and a Proto-Culture (Berlin, de Gruyter Mouton), 1995
51. Ղազարյան Ս., Հայոց լեզվի համառոտ պատմություն, Եր., 1981
52. Патканов К. Исследование о диалектах армянского языка, СПб., 1869, стр. 35
53. Աճառյան Հր., Հայ բարբառագիտություն, Մոսկվա-Նոր Նախիջևան, 1911, էջ 61
54. Ղարիբյան Ար., Հայ բարբառագիտություն, Եր., 1953, էջ 230
55. Ուլուբաքյան Բ., *ibid*, էջ 20

56. Адонц Н. Дионисий Фракийский и армянские толкователи, (Серия «Собрание древне-армянских и древне-грузинских текстов, издаваемых Имп. АН». IV) Пг., 1915 стр. 187
57. Ածառյան Հր., *ibid.*
58. Бунак В.В. Антропологический состав населения Кавказа, Вестник гос. Музея Грузии, т. 13 А, 1946, стр. 94
59. Jobling M.A., Tyler-Smith C. *ibid.*
60. Underhill P.A., Kivisild T. *ibid.*
61. Weale M.E., Yepiskoposyan L., Jager R.F., Hovhannisyan N., Khudoyan A., Burbage-Hall O., Bradman N., Thomas M.G. Armenian Y chromosome haplotypes reveal strong regional structure within a single ethno-national group. Hum. Genet. 2001, 109, 659-674
62. Nasidze I., Ling E.Y.S., Quinque D., Dupanloup I., Cordaux R., Rychkov S., Naumova O., Zhukova O., Sarraf-Zadegan S., Naderi G.A. et al. Mitochondrial DNA and Y-chromosome variation in the Caucasus. Ann. Hum. Genet. 2004, 68, 205-221
63. Herrera K.J., Lowery R.K., Hadden L., Calderon S., Chiou C., Yepiskoposyan L., Regueiro M., Underhill P.A., Herrera R.J. Neolithic patrilineal signals indicate that the Armenian plateau was repopulated by agriculturalists. European Journal of Human Genetics, 2012, 20: 313-320
64. Nasidze I. et al. *ibid.*
65. Margaryan A., Harutyunyan A., Khachatryan Z., Yepiskoposyan L. HLA allele and haplotype frequencies in the Armenian population: evidence of Mediterranean origin. International Journal of Anthropology. 2011, 26: 195-210

Տեղեկություններ հեղինակի մասին

Արթուր Պողոսյան – ԱրԴՀ քիմիայի և կենսաբանության ֆակուլտետի ասպիրանտ

E-mail: Arthur.pogosyan@mail.ru

Հոդվածը տպագրության է նրաշխարհում խմբագրական կոլեգիայի անդամ, կ.գ.դ. Ա.Ա.Գուլյանը

ՀՏԴ 577 1+612

Կենսաքիմիա

**ՄԱՐԴՈՒ ԽԱՌԸ ԹՔԻ ԿԵՆՍԱՔԻՄԻԱԿԱՆ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ՝
ԿԱԽՎԱԾ ԲԵՐԱՆԱՅԻՆ ԽՈՌՈՉԻ ՀԻԳԻԵՆԻԿ ՎԻՃԱԿԻՑ
Ասնեղա ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ**

Բանալի բառեր՝ խառը թուր, հիգիենիկ վիճակ, թթագեղձեր, լիզոցիմ, ամիլազ, թթարտադրություն, միկրոքրիստալիզացում, հիգիենիկ ինդեքս, թքի մածուցիկություն, մուցին, Պիսարևի լուծույթ:

Ключевые слова: смешанная слюна, гигиеническое состояние, слюнные железы, лизоцим, амилаза, слюноотделение, микрокристаллизация, гигиенический индекс, вязкость слюны, муцин, раствор Писарева.

Keywords: mixed saliva, hygienic condition, salivary gland, lysozyme, amylase, salivation, microcrystallisation, hygienic index, viscosity of saliva, mucin, Pisarev's solution.

А. Григорян

**Изучение изменения биохимических показателей смешанной слюны в зависимости
от гигиенического индекса ротовой жидкости**

В работе представлены результаты анализа данных физико-химических показателей смешанной слюны (скорость слюноотделения, вязкость, микрокристаллизация, Ph, гигиенический индекс) жителей города Степанакерта. Было выявлено, что у курящих гигиенический индекс выше нормы.

A. Grigoryan

Study of Changes in Biochemical Parameters of Mixed Saliva Depending on the Hygiene Index of Oral Fluid

This article presents the results of analysis of mixed saliva's physico-chemical parameters (salivation rate, viscosity, types of microcrystallisation, Ph, hygiene index) of Stepanakert's people. It was found that smokers hygienic index is higher the norm.

Աշխատանքում ներկայացված են ք.Ստեփանակերտի բնակիչների խառը թքի ֆիզիկո-քիմիական անալիզի ցուցանիշների (թթարտադրության արագություն, մածուցիկություն, միկրոքրիստալիզացում, Ph, հիգենիկ ինդեքս) արդյունքները: Բացահայտվել է, որ ծխողների մոտ հիգենիկ ինդեքսը նորմայից բարձր է:

Ժամանակակից կլինիկական հետազոտություններում օգտագործում են հիմնականում արյուն, մեզ, տարբեր կենսաբանական հեղուկներ, իսկ թուրք քիչ է օգտագործվում օրգանիզմի ամբողջական, հասակային և ֆիզիոլոգիական վիճակը բացահայտելու համար: Նպատակահարմար է օգտագործել խառը թուրք, քանի որ այն ավելի շահավետ է, հեշտ է ստանալ, անհրաժեշտ չեն բարդ սարքեր, այն վերցնելու համար բուժաշխատողի ներկայությունը պարտադիր չէ, կարելի է ստանալ մի քանի անգամ և որոշակի ժամանակ պահպանել սառը տեղում, և վերջապես, ստացման ժամանակ բացակայում է սթրեսը:

Հայտնի է, որ սննդի նախնական մշակումը, մանրացումը, որոշ նյութերի՝ ածխաջրատների մասնակի ճեղքումը, սննդագնդիկի ձևավորումը սկսվում է բերանի խոռոչում՝ թքի ներգործությամբ: Թուրքը (*Whole solvia*) երեք զույգ խոշոր թթագեղձերի՝ հարականջային (*glandulae parotis*), ենթաձնոտային (*gl.submaxillaris*), ենթալեզվային (*gl.sublingualis*), ինչպես նաև այտերի, շրթունքների, կարծր և փափուկ քիմքի, լեզվի և ըմպանի լորձաթաղանթներում տեղադրված մանր թթագեղձերի արտազատուկն է [1]: Մարդու թուրքը մածուցիկ, պղտորավուն հեղուկ է՝ 1,001-1,007 տեսակարար կշռով: Խառը թքի pH-ը տատանվում է 6,5-7,4-ի սահմաններում [2]: Թթագատության ընթացքին զուգընթաց pH-ը մեծանում է՝ հասնելով մինչև 7,8-ի: Հասուն տարիքի մարդու բերանի խոռոչում օրվա ընթացքում արտազատվում է 0,5-2 լիտր թուրք [3]:

Խառը թուրք պարունակում է 99,4% ջուր և 0,6% անօրգանական (Na^+ , K^+ , Ca^{2+} , Mg^{2+} , Cl^- , HCO_3^- , ինչպես նաև միկրոտարրեր՝ երկաթ, պղինձ, նիկել, լիթիում) և 2-3 անգամ անօրգանական նյութերից ավելի օրգանական (ալբումիններ, գլոբուլիններ, ազատ ամինաթթուներ, ֆերմենտներ, միզանյութ, միզաթթու, կրեատինին, ամոնիակ, կրեատին, մուկոպոլիսախարիդներ՝ մուցին, գլիկոպրոտեիններ) նյութեր [3]: Թքի կազմը փոփոխական է՝ կապված օրական (ցիրկադային) ռիթմերից, թքարտադրության խթանիչներից, դեղերի ընդունումից և այլն:

Բերանի խոռոչում թուրքը մասնակցում է մի շարք գործընթացների՝ այն խոնավացնում և մաքրում է բերանի խոռոչի հյուսվածքները, պահպանում բերանի խոռոչի միկրոֆլորայի տեսակային կազմը, մասնակցում է պելլիկուլի առաջացմանը, կանխարգելում թքից կալցիումի ֆոսֆատի գերհագեցած լուծույթի նստեցումը: Թուրքը լվանում է ատամների մակերեսը, հեռացնում է միկրոօրգանիզմները, նրանց մետաբոլիզմի արգասիքները, սննդի մնացորդները՝ դետրիտները: Թքի բակտերիոցիդ հատկությունը իրականանում է մի քանի ֆերմենտների՝ լիզոցիմ, լիպազա, ՌՆԹ-ազա, ԴՆԹ-ազա, լեյկինների ազդեցությամբ:

Թքի ֆունկցիաները բազմաբնույթ են, սակայն կարևորվում են մարսողական և պաշտպանական ֆունկցիաները [2]: Թուրքը թրջում է սնունդը, սննդի մասնիկները պատում մուցինով, հեշտացնում կլլման ակտը, առաջացնում աղերի, շաքարների լուծում և սննդանյութերի առաջնային ֆերմենտային մշակում: Ածխաջրերը՝ օսլան, մասնակի հիդրոլիզվում են α -ամիլազայի ազդեցությամբ մինչև դեքստրինների և մալթոզայի:

Պաշտպանական ֆունկցիան իրականացվում է մուցինից և այլ գեղձային սպիտակուցներից, լեյկոցիտներից, իմունոգլոբուլիններից ձևավորված պաշտպանական պատնեշի միջոցով: Թուրքը որպես բուֆերային լուծույթ չեզոքացնում է բերանի խոռոչ ընկած թթուները և հիմքերը:

Հայտնի է, որ հիպոսալիվացիայի (թքարտադրության իջեցում) [4], հատկապես քսերոստոմիայի (թքի բացակայություն) ժամանակ արագ զարգանում է բերանի լորձային թաղանթի բորբոքում, իսկ 3-6 ամիս անց առաջանում է ատամնափառ: Թքի բացակայությունը դժվարացնում է սննդի ծամումը և կուլ տալը:

Թքի բաղադրության ուսումնասիրությամբ հնարավոր է գաղափար կազմել օրգանիզմի ֆիզիոլոգիական վիճակի հիվանդագին որոշ երևույթների, նյութափոխանակության մասին, ինչպես օրինակ, հորմոնների կոնցենտրացիայի չափումը թքի մեջ թույլ է տալիս որոշել մակերիկամների վիճակը, նրանց գոնադոտրոպ ֆունկցիան: Թուրքն օգտագործում են դեղանյութերի նյութափոխանակությունը որոշելու համար, օրինակ՝ ֆենոֆարբիտալի, դիազեպամի և այլն:

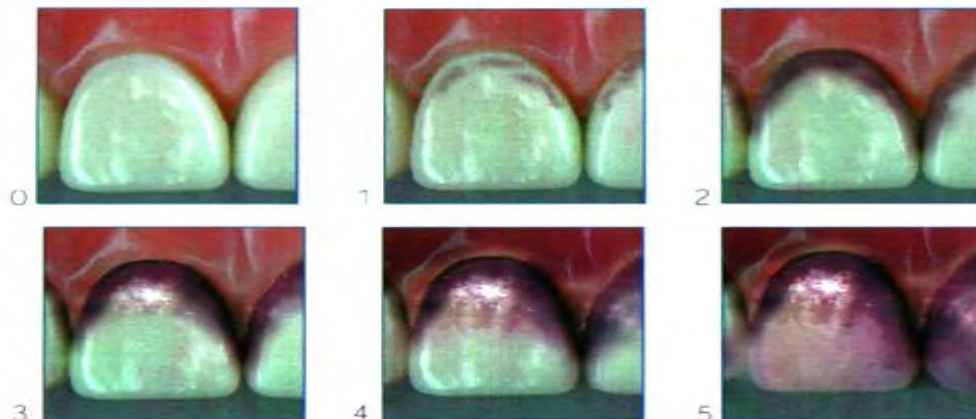
Մի շարք հիվանդություններ ուղեկցվում են թքի բաղադրության տեղաշարժերով: Չվարանների պոլիկիստոզը, որը զուգորդվում է անպտոլությամբ, թքում բարձրացնում է ազատ տեստոսթերոնի քանակը: Սթրեսին բնորոշ է թքում կորտիզոլի քանակի բարձրացումը: Հղիության վաղ շրջանում, ինչպես նաև լյարդի ուռուցքների ժամանակ, թքում հայտնաբերվում է խորիոնիկ (ընկերքային) գոնադոտրոպին: Թքագեղձերի՝ ԹԳ ուռուցքների ժամանակ, թքում հայտնվում են սպիտակուցների ֆրակցիաներ, փոխվում է արտազատուկի քանակությունը:

Բացահայտված է որ կարիեստեզիատենտ անհատների մոտ α -ամիլազայի քանակն ավելի շատ է, քան կարիեսառնակների մոտ: Կան նաև տվյալներ, որ ատամնափուտի ժամանակ բարձրանում է թթվային ֆոսֆատազայի ակտիվությունը, փոխվում է թքի pH-ը, թքարտադրության արագությունը: Խառը թքի ֆերմենտների ակտիվությունը նորմայում կազմում է ամիլազայի համար $529,6 \pm 20,6$ [5], լիզոցիմի՝ $0,11 \pm 0,01$ [6], հիմնային ֆոսֆատազայի՝ $1,28 \pm 0,08$ [7], թթվային ֆոսֆատազայի՝ $0,5-13$ [9]:

Հետազոտության մեթոդները , գնահատումը և հաշվումը: Բերանի խոռոչի հիգիենիկ ինդեքսի որոշումը: Բերանի խոռոչի հիգիենիկ վիճակը գնահատվել է Ֆյոդորով Վոլոդիմիրի (1968թ.) հիգիենիկ ինդեքսի միջոցով: Շիլեր Պիսարևի լուծույթով (1գ. բյուրեղային յոդ, 2գ. կալիումի յոդիդ և 40 մլ թորած ջուր) քսվել է ստորին ծնոտի կտրիչների և ժանիքների վեստիբուլյար մակերեսներին (6 ատամ): Արդյունքում յոդի ազդեցության տակ ատամնափառում ներկվել են ածխաջրատների ածանցյալները: Այնուհետև կատարվել է հիգիենիկ վիճակի որակական և քանակական գնահատում՝ 5 բալային սանդղակով:

5 բալ	ամբողջ մակերեսը ներկվում է
4 բալ	ներկվում է պսակի 3/4-մասը
3 բալ	ներկվում է պսակի 1/2-ը
2 բալ	ներկվում է պսակի 1/4-ը
1 բալ	չի ներկվում

Հաշվարկը կատարվում է հետևյալ բանաձևով՝ $K_{\text{վիշի}} = K_n / n$, որտեղ $K_{\text{վիշի}}$ քանակական հիգիենիկ ինդեքսն է, K_n բոլոր ատամների ինդեքսների գումարը, n - հետազոտվող ատամների քանակը (6): Նորմայում ինդեքսը չպետք է գերազանցի 1(տես բերվող նկարները)



Նկ.1

Թքի pH-ի որոշումը

Արդյունավետ է ցուցչային թեստերի մեթոդի օգտագործումը: Ընդհանուր ինդիկատորը թրջվում է թքով, որից հետո որոշվում է դրա pH-ը՝ համեմատելով նկ.2 գույների սանդղակի հետ:



Նկ.2

Հետազոտելու համար խողովակի մեջ հավաքվել է 2-3 մլ չխթանվող թուր:

Թքի կաթիլը կաթոցիկով տեղադրվում է այդպիսի շերտի վրա, որի դեպքում նկատվում է ինդիկատորի գույնի փոփոխություն: Ըստ սանդղակի pH=1.0, ուժեղ թթվային միջավայրին համապատասխանում է մուգ կարմիր գույնը, pH=7, չեզոք միջավայրին՝ բաց կանաչ գույնը, pH=14, ուժեղ հիմնային՝ մուգ մանուշակագույնը: Փորձը կատարվում է առավոտյան ժամը 10.00-12.00՝ անոթի վիճակում:

Թքի մածուցիկության որոշումը

Բերանային հեղուկի մածուցիկությունը որոշելու համար ենթալեզվային շրջանում շրոպեի ընթացքում կուտակված թուքը ստոմատոլոգիական ունեղիի օգնությամբ ձգվում է մինչև նրա հատվելը դեպի վեր (բերանի խոռոչից դուրս): Ընդ որում, երբ թքի ձգվող թելն ընդհատվում է գլխի մազածածկ հատվածի մոտ, ապա թեստը համարվում է խիստ դրական և գնահատվում է 4 միավորով, իսկ եթե այն ընդհատվում է միջինից առաջին մակարդակի վրա՝ դրական կամ 3 միավոր, եթե թքի ծայրի շրջանում, ապա այն գնահատվում է որպես բացասական կամ 2 միավոր, և վերջապես, եթե ձգվող թելերն ընդհատվում են վերին շրթունքի կամ վերին կենտրոնական ատամների մակարդակի վրա, ապա դա որակվում է որպես խիստ բացասական թեստ կամ 1 միավոր: Կարիեսի դեպքում մածուցիկության միավորը բարձրանում է: Թքի մածուցիկությունը կազմում է 1,2-2,4 միավոր:

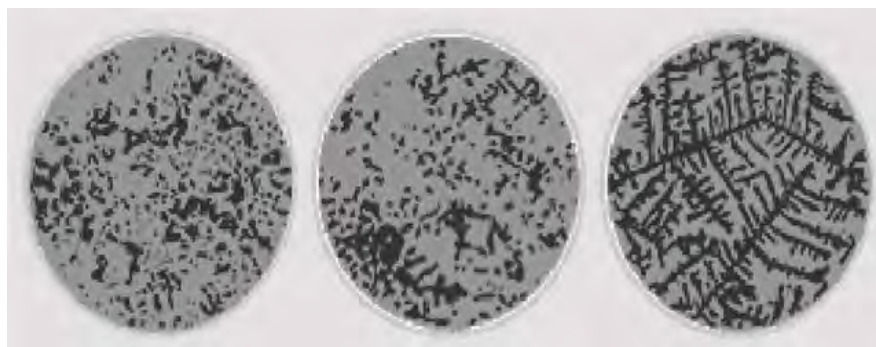
4 միավոր	խիստ դրական
3 միավոր	դրական
2 միավոր	բացասական
1 միավոր	խիստ բացասական

Միկրոբյուրեղացում

Այն որոշվում է ըստ Լեուսի Պ.Ա. 1997թ. կողմից առաջարկվող թքի հանքայնացնող պոտենցիալի մեթոդի: Թքի հանքայնացնող պոտենցիալը անուղղակի գնահատվում է նրանով, թե արդյոք ձևավորվում են բյուրեղներ թքի կաթիլի դանդաղ չորացման դեպքում: Հետազոտման համար անհրաժեշտ է ունենալ կաթոցիկ, առարկայակիր ապակի մանրադիտակով: Բերանի խոռոչի խորքից կաթոցիկով հավաքում են չխթանվող թուքը և տեղադրում առարկայակիր ապակու վրա: Թուքը չորացվում է օդում, սենյակային պայմաններում կամ էլ թերմոստատում: Չորացված կաթիլները դիտվում են մանրադիտակով՝ արտացոլող լույսի տակ քիչ խոշորացմամբ (2x6): Պատկերը ապակու վրա գնահատվում է հետևյալ ձևով.

1 միավոր	անկանոն ձևի կառուցվածք
2 միավոր	բարակ ցանցի գիծ ամբողջական տեսադաշտով
3 միավոր	անկանոն առանձին բյուրեղներ ցանցի կամ կծիկի տեսքով
4 միավոր	միջին չափսերի փայտանման բյուրեղներ
5 միավոր	հստակ, մեծ պտերանման կառուցվածքով բյուրեղներ

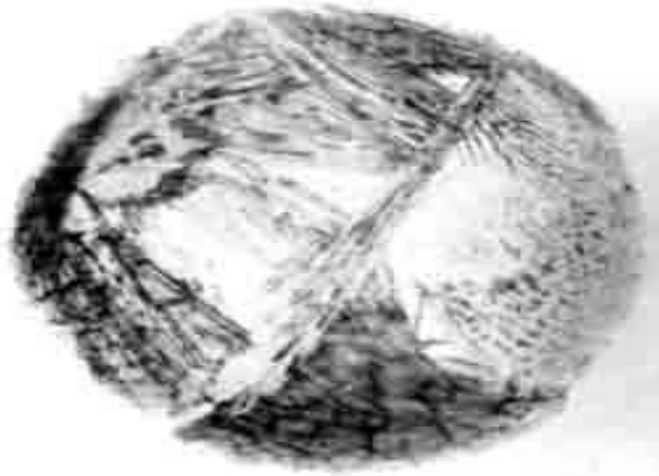
Տվյալներ կան այն մասին, որ թքի միկրոբյուրեղացումն արտացոլում է ամբողջ օրգանիզմի վիճակը: Ուստի առաջարկվում է թքի բյուրեղացումը օգտագործել որպես թեստ-համակարգ՝ որոշ սոմատիկ հիվանդությունների էքսպրես-ախտորոշման կամ օրգանիզմի վիճակի գնահատման համար: Գնահատման համապատասխան պատկերները ներկայացված են նկ. 3-ում:



1-միավոր
Թքի բյուրեղացանցը լեյկոզի դեպքում

3-միավոր

5-միավոր



Նկ.3

Արդյունքների վիճակագրական մշակումը

Ստացված փորձարարական տվյալները ենթարկվել են վիճակագրական մշակման, ընդունված մեթոդով (Բեյլին 1970, Լակին 1973): Փորձի յուրաքանչյուր սերիայի համար հաշվել է միջին թվաքանակները:

Ինչպես երևում է աղ. 1-ի տվյալներից, առողջ մարդկանց բերանի հեղուկի ֆիզիկո-քիմիական ցուցանիշները համապատասխանում են նորմատիվային արժեքներին, բացառությամբ ծխող անձանցից. որոնց մոտ հիգիենիկ ինդեքսը նորմայից կրկնակի բարձր է, ինչն էլ բացասաբար է ազդում ֆիզիկո-քիմիական ցուցանիշների՝ վրա: Հետազոտությունների մեջ ընդգրկվել են արական սեռի 80 երիտասարդ անձինք, որոնք որոշակի առումով կանոնավոր կերպով պահպանել են բերանի խոռոչի հիգիենան, և որոնք բաժանվել են 2 խմբի՝ ծխողների և չծխողների:

Հիգիենիկ ցուցանիշը և բերանային հեղուկի որոշ պարամետրեր ծխող և չծխող անձանց մոտ

Աղ. 1

Խմբերը	S-OHI	pH	Մածուց.	ԹԱ	ԲՏ
ծխող	2,1±0,1	7,03±0,001	2,18±0,14	0,75±0,001	3,29±0,38
չծխող	0,47±0,18	6,76±0,07	1,12±0,2	0,52±0,06	2,16±0,19

S-OHI-Հիգենիկ ինդեքս, pH-միջավայրի ռոտակցիան, Մածուց.-մածուցիկություն

ԹԱ-Թքարտադրության արագություն, ԲՏ-բյուրեղացանցի տեսակ

Ինչպես և սպասվում էր, ծխախոտի օգտագործման պարագայում հիգիենիկ

վիճակն առավել անբարենպաստ էր:

Բերանային հեղուկի կազմի և հատկությունների վրա մեծ ազդեցություն ունի բերանի խոռոչի հիգիենիկ վիճակը: Բերանի խոռոչի հիգիենան չպահպանելու դեպքում ատամի մակերեսին առաջանում են ատամնափառեր, բարձրանում է ֆերմենտների ակտիվությունը (ֆոսֆատազա), արագանում է միկրոօրգանիզմների աճը, որը ստեղծում է պայմաններ օրգանական թթուների առաջացման և pH-ի փոփոխման համար:

Աղ. 2

Տարբեր խմբերի մարդկանց(ծխող, չծխող, հղի կանանց) թքարտադրության հետազոտման արդյունքների վերլուծությունը

Խմբերը	Քանակը		Նորմա՝ 1-2,5լ
	Կան.	Տղ.	
Ծխողներ		10	↑↑
Չծխողներ առողջ	10	10	Ն.
Հղի կանայք	10		↑↑

որտեղ՝ ↑↑ - կրկնակի բարձրացում է, Ն. – նորման:

Ակնհայտ է, որ ինչպես ծխելը, այնպես էլ հղիությունը առաջ են բերում թքարտադրության կտրուկ ավելացում(աղ.2)

Կատարած հետազոտությունները ցույց են տվել, որ թքարտադրության խանգարումներ՝ հիպերսալիվացիա, հիպոսալիվացիա կարող են դիտվել նաև հետևյալ դեպքերում՝ նկ.4



Հիպերսալիվացիա՝ ԹԱ-բարձրացում, Հիպոսալիվացիա՝ ԹԱ-իջեցում

Հիպերսալիվացիա	Հիպոսալիվացիա
- Բերանի խոռոչի լորձաթաղանթի բորբոքում - Ծանր մետաղների աղերով (սնդիկ, կապար, քիսմուտ) թունավորում - Յոդով զրգրում - ԿՆՀ-ի հիվանդություն ↑ ↑↑ - Պարկինսոնիզմ - Ինսուլտ ↑ ↑↑	- Ավիտամինոզներ՝ A, B₁, B₆, B₁₂, E - Հիպոսիդերոզ - Շաքարային դիաբետ - Ճառագայթային ախտահարումներ - Քրոնիկական պարոսիտ - Շեգրենի համախտանիշ - Քթային շնչառության խանգարումներ՝ պոլիպներ, քթի թեք միջնապատ

Հիպերսալիվացիայի ժամանակավոր նվազեցման կարելի է հասնել՝ օգտագործելով ատրոպին:

Հիպոսալիվացիայի դեպքում բերանի խոռոչի լորձաթաղանթը թույլ խոնավ է կամ չոր և փայլատ: Թուրք քիչ է և փրփրանման: Երկարատև հիպոսալիվացիայի ժամանակ շատանում է ատամնափառը, առաջանում է կարիես: Վնասակար գործոնների նկատմամբ բերանի խոռոչի լորձաթաղանթի ռեգիստենտականությունը ընկնում է: Հիպոսալիվացիայի դեպքում օգտագոր-

ծում են հակաբորբոքային միջոցներ, որոնք բարձրացնում են բերանի խոռոչի լորձաթաղանթի ռեգիստենտականությունը գրգռիչների նկատմամբ՝ լիզոցիմ, վիտամիններ A, E-ի

Գրականություն

1. Աղաջանով Մ.Ի, Մեժլումյան Լ.Մ., Քանքանյան Ա.Պ., Բերանի խոռոչի կենսաքիմիա, Երևան 2001, էջ 74
2. Тарасенко Л.М., Непорада К.С., Биохимия органов полости рта, Полтава 2008, стр. 3, 6
3. Մինասյան Ս.Ս., Աղամյան Ծ.Ի., Սարգսյան Ն.Վ., Մարդու և կենդանիների ֆիզիոլոգիա, Երևան 2007, 364 էջ
4. Литвицкий П.Ф., Патофизиология, Москва 2006, стр. 247
5. Суханова Г.А, Биохимия органов полости рта, 1993, стр. 28
6. Педанов Ю. Ф., Биохимия органов полости рта , 1992
7. Саляпина Л.М., Биохимия органов полости рта, 1997
8. Петрун Н.М., Барченко Л.И., Биохимия органов полости рта, 1961

Տեղեկություններ հեղինակի մասին

Ասնելիկա Գրիգորյան – ԱրԴՀ կենսաբանության ամբիոնի դոցենտ

E-mail: spring_eyed@mail.ru

Հոդվածը տպագրության է նրաշխարհում խմբագրական կոլեգիայի անդամ, կ.գ.դ. Ա.Ա.Գուլյանը

УДК: 542.61+546.562+549.6+543.3 663.2:658.515

Аналитическая химия

ЭКСТРАКЦИОННО-АБСОРБЦИОМЕТРИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕДИ БРИЛЛИАНТОВЫМ ЗЕЛЕНЫМ В ВИНЕ И КОНЬЯКЕ

Տյրվարդ ՄԱՆԴԱՏԱՐՅԱՆ

Ключевые слова: медь (II), ионный ассоциат, основной краситель, бриллиантовый зеленый, вино, алкогольная продукция, экстракционно-абсорбциометрическое, коэффициент светопоглощения, чувствительность, микрограммовые количества, оптическая плотность экстрактов.

Բանալի բառեր. , , յին ներկանյութ, շոդակնյա կանաչ, զինի, ալկոհոլային արտադրանք, , լուսակլանման գործակից, միկրոգրամային քանակներ, զգայունություն, էքստրակտների օպտիկական խտությունը:

Key words: copper (II), ionic associate, basic dye, brilliant green, wine, alcohol production, extraction-absorptiometric, coefficient light absorption, sensitive, mkg quantity, optical density of extracts.

Հետազոտված է պղնձի (II) քլորիդային անիոնային կոմպլեքսի փոխազդեցությունը տրիֆենիլմեթանային շարքի ներկանյութի՝ շոդակնյա կանաչի հետ: Առաջացած իոնական ասոցիատը միանվագ լուծահանվում է դիքլորէթանի և տոլուոլի 1:4 հարաբերությամբ խառնուրդով: Հաստատված են իոնական ասոցիատի առաջացման և լուծահանման օպտիմալ պայմանները՝ միջավայրի թթվությունը, ներկանյութի կոնցենտրացիան, լուսակլանման հիմնական օրենքին ենթարկվելու սահմանները, իոնական ասոցիատի բաղադրությունը, լուծահանման ընտրողականությունը և այլն: Որպես վերականգնիչ կիրառվել է ասկորբինաթթուն:

Մշակված մեթոդիկան կիրառվել է զինու և կոնյակի մեջ պղնձի որոշման համար:

S.Mangasaryan

Extraction-absorptiometric Determination of Copper by Brilliant Green in Wine and Gognac

Interaction of cupric chloride anionic complex with threephénylmethane basic dye – brilliant green has been studied. The colored ionic associate is extracted by dichlorethane:toluol (1:4) binary mixture out of pH2 HCl solution. The method is based on the reduction of copper (II) to copper (I) with ascorbic acid. The calibration graph obeyed Beer's law over the range 0,142-2,5 mkg/ml copper and the apparent molar absorptivity of the extract at 625 nm was $1.215 \cdot 10^5 \text{ l} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$. The molar ratio between copper (I) chloride complex and brilliant green in ionic associate has been determined by Asmuse straight line and shifts of equilibrium methods, which (1:1). The influence of interfering elements on the determination of copper has been studied.

The elaborated methods have been applied for the determination of copper in wine and gognac. The proposed method is very sensitive and simple than those reported earlier.

Изучено взаимодействие меди (II) с основным красителем трифенилметанового ряда – бриллиантовым зеленым. Образующийся ионный ассоциат извлекается смесью дихлорэтана с толуолом в соотношении 1:4 из рН 2 солянокислых растворов. Метод основан на восстановлении меди (II) до меди (I) аскорбиновой кислотой. Подчиняемость основному закону фотометрии наблюдается при 0,142–2,5 мкг Си/мл ($\varepsilon = 121\,500 \text{ л} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$). Мольное отношение компонентов в ионном ассоциате составляет 1:1. Разработанная методика применена для определения меди в вине и коньяке.

Разработанный метод отличается чувствительностью и избирательностью в сравнении с фотометрическими методами по определению меди в алкогольных напитках, воспроизводимостью, не требуют предварительного отделения или концентрирования меди от сопутствующих элементов, экспрессностью и доступен для применения в заводских и других химических лабораториях.

В основе физиологической активности меди лежит влияние, оказываемое ею на окислительную систему растительной ткани. Усиление окислительных процессов сказывается благоприятно на синтезе хлорофилла. Медь способствует накоплению в растении аскорбиновой кислоты, сахаров. Входя в состав некоторых ферментов и витаминов, активизирует их деятельность. Обеспеченность растений медью - обязательное условие эффективного действия таких микроэлементов, как цинк, марганец, бор.

Несмотря на то, что содержание меди в винограде весьма незначительно, в вине находят иногда большое ее количество вследствие применения медного купороса для лечения виноградников и перехода меди в вино в процессе его приготовления и обработки, при соприкосновении его с медными и бронзовыми частями машин и аппаратов.

Медь может вызвать пороки вина (медный касс) и принимает участие как промежуточный окислитель в процессах созревания и старения вина. Большое количество меди в вине может вызвать отравление.[1] Медь как окислитель, в пищевых продуктах разрушает витамины С и А, ухудшает органолептические свойства. [2] Допустимая суточная нагрузка – 500 мкг/кг массы тела. Предельно-допустимая концентрация в вине составляет 1 мг/л. [3]

В связи с этим контроль за содержанием меди в объектах окружающей среды, в частности в вине, необходимо проводить достаточно надежными методами. Приведенные в литературе данные немногочисленны. [4]

На территории России действуют следующие ГОСТы по определению тяжелых металлов в алкогольной продукции:

- ГОСТ Р 51823-2001. Алкогольная продукция и сырье для ее производства. Метод инверсионно-вольтамперометрического определения содержания кадмия, свинца, цинка, меди, мышьяка, ртути, железа и общего диоксида серы. (Диапазон измерения массовой концентрации меди составляет 0,001 – 20,0 мг/дм³. Границы относительной погрешности измерений (20 ± 5) % при $P = 0,95$).
- ГОСТ 30178-96. Сырье и продукты пищевые. Атомно-абсорбционный метод определения токсичных элементов.(Содержание элементов в испытуемых растворах не должно выходить за пределы рабочих диапазонов: 0,05 – 5,0 мкг/мл).

Инверсионная вольтамперометрия является одним из вариантов электрохимических методов анализа, основанных на предварительном концентрировании определяемого компонента.

Достоверность результатов анализа, полученных методом ИВ, зависит от качества вольтамперометрического анализатора, его программного обеспечения, методики анализа, электродов, процедуры подготовки пробы к измерениям. Стадия расшифровки вольтамперограмм требует особого внимания. Допущенные на этой стадии ошибки могут привести к увеличению погрешности результатов анализа в десятки раз, особенно при регистрации маленьких пиков с нечетко выраженными границами.[6]

По чувствительности и перечню определяемых микроэлементов инверсионная вольтамперометрия (ИВ) сравнима с атомно-абсорбционной спектроскопией (ААС). Последняя обладает более высокой точностью результатов анализа, но высокая стоимость ААС делает этот метод недоступным для большого числа аналитических лабораторий. При измерении атомной абсорбции могут возникнуть некоторые спектральные, химические и физические помехи. [7,8]

Для экстракционно-абсорбциометрического определения микрограммовых количеств меди в природных и сточных водах ранее [9] нами в качестве реагента были использованы основные красители ТФМ ряда, в частности бриллиантовый зеленый. Попытка применить метод для определения меди в вине не дала положительных результатов. Вследствие образования ассоциатов с коллоидными и суспендированными частицами или прочных комплексов с органическими веществами медь не экстрагируется.

Настоящая работа посвящена изучению возможности применения основного красителя ТФМ ряда бриллиантового зеленого в качестве реагента для экстракционно-абсорбциометрического определения микрограммовых количеств меди в вине и коньяке, т.е. разработке нового метода – оптимальных условий для извлечения и определения мкг количеств меди в вине и коньяке.

Экспериментальная часть

Раствор меди (II) готовили растворением навески $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ марки "ч.д.а." в дистиллированной воде, добавляя по каплям разбавленный раствор серной кислоты для подавления гидролиза ($\text{pH} \sim 1,0$). Титр запасного раствора устанавливали комплексонометрическим методом.

Рабочие растворы готовили разбавлением запасного раствора дистиллированной водой.

Растворы красителя БЗ марки "ч.д.а.", аскорбиновой кислоты (лекарственный препарат -витамин С в капсулах) и хлорида калия (марки «ч.д.а.») готовили растворением навески препаратов в воде и отфильтровали (кроме KCl). Уксуснокислый буфер готовили из CH_3COOH и CH_3COONa (pH~5,5).

Оптическую плотность (ОП) экстрактов измеряли на спектрофотометре СФ-16, pH растворов – на потенциометре ЛПУ-01 со стеклянным электродом.

Для установления оптимальных условий образования и экстракции ионного ассоциата опыты проводили в зависимости от основных факторов. Для выбора экстрагента-растворителя были испытаны хлорпроизводные предельных углеводородов, бензол и его гомологи, сложные эфиры уксусной кислоты и др. Наиболее подходящим оказалась смесь дихлорэтана с толуолом в объемном соотношении (1:4). ОП “хол. опыта” равна 0,06. Максимум светопоглощения наблюдается при длине волны $\lambda = 625$ нм. Далее измерения проводили при $\lambda = 625$ нм.

Ранее нами [10] было показано, что реакционноспособной формой для образования ионного ассоциата является хлоридный анионный комплекс меди(I). В качестве восстановителя была применена аскорбиновая кислота в среде уксуснокислого буфера (pH~5,5). Проведенные с этой целью опыты показали, что восстановление меди(II) может происходить в присутствии $5,68 \cdot 10^{-2} - 6,8 \cdot 10^{-2}$ М аскорбиновой кислоты.

Важным фактором, управляющим процессом образования комплексной соли красителя, является концентрация водородных ионов в растворе. Известно, что спектры поглощения водных растворов ТФМ красителей, нашедших применение в качестве кислотно-основных индикаторов, меняются с изменением $[\text{H}^+]$. Уксуснокислая среда оказалась недостаточной для образования и экстракции ионного ассоциата. Опыты показали, что медь(I) практически полностью извлекается из pH 2 по HCl растворов (рис.1) в присутствии 0,15 - 0,2 М KCl.

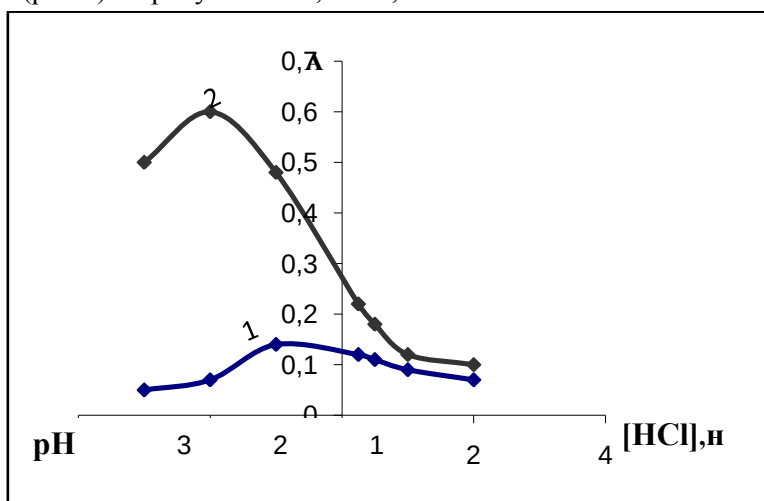


Рис. 1. Зависимость ОП экстрактов ИА хлоридного анионного комплекса меди(I) с БЗ от кислотности водной фазы; $[\text{Cu(II)}] = 7,81 \cdot 10^{-5}$ М; $\lambda = 625$ нм, $b = 0,1$ см; 1 - "хол", 2 - ИА.

Оптимальная концентрация красителя составляет $1,24 \cdot 10^{-3} - 1,66 \cdot 10^{-3}$ М. Методом повторной экстракции определен фактор извлечения: $R=0,982$. Медь(I) извлекается однократной экстракцией. Экстракционное равновесие устанавливается за 0,5-1 мин. ОП экстрактов сохраняется постоянной в течении 1,5 часов. Подчиняемость основному закону фотометрии наблюдается при концентрации меди 0,142 – 2,5 мкг/мл. На основании данных калибровочного графика рассчитан молярный коэффициент погашения: $\varepsilon = 121\,500$ л · моль⁻¹ · см⁻¹.

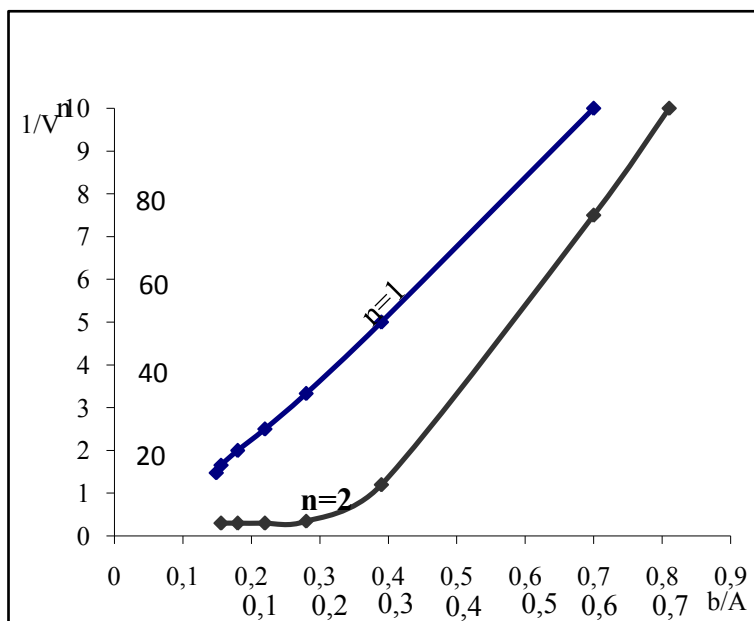


Рис. 2. Определение мольного отношения хлоридного анионного комплекса меди (I) и катиона красителя БЗ в ионном ассоциате методом прямой линии Асмуса.
 $\lambda = 625 \text{ нм}$, $b = 0.1 \text{ см}$.

Спектрофотометрическими методами прямой линии Асмуса (рис.2) и сдвига равновесия установлено, что мольное отношение меди (I) к катиону красителя в ИА равно 1:1

Исследовано также влияние ионов, сопутствующих меди. Проведенные с этой целью опыты показали, что определению $1,56 \cdot 10^{-5} \text{ М}$ меди не мешают: $4,8 \cdot 10^4$ кратные Ca, Mg, Mn; $3,2 \cdot 10^4$ – кратные количества Ni, Co; $2,5 \cdot 10^4$ – кратные Zn; 640 - кратные количества Fe, Pb; 62 - кратные Cr.

Разработанная методика применена для определения меди в вине и коньяке.

Определение меди в вине и коньяке.

В колбу Кьельдаля объемом 100 мл наливают 20 мл пробы вина или коньяка и добавляют для вин с содержанием сахара менее 5 г на 100 мл – 10 мл, а при более высокой концентрации сахара – 20 мл 30% -го раствора пероксида водорода и упаривают на песчаной бане при 50°C с доведением объема до 3 – 5 мл. Далее добавляют разбавленную азотную кислоту и выпаривают досуха (либо 20 мл вина в фарфоровом тигле осторожно выпаривают досуха, не допуская разбрызгивания, далее подвергают озолению в муфельной печи при температуре 450°C). Сухой остаток растворяют в уксуснокислом буферном растворе, фильтрованием переносят в 25 мл мерную колбу и доливают до метки буферным раствором.

В делительной воронке к аликвотной части раствора (1,0 мл) приливают 1,0 мл буферного раствора, 0,6 мл 0,1136 М раствора аскорбиновой кислоты, через 1-2 мин приливают 2 мл рН 2 HCl, 0,3 мл 0,5 М раствора KCl, 0,6 мл 0,1%-го раствора БЗ, 2 мл смеси (1:4) дихлорэтана с толуолом, встряхивают 0,5-1,0 мин. После разделения измеряют ОП органической фазы на спектрофотометре СФ-16, $b=0,1 \text{ см}$, $\lambda=625 \text{ нм}$.

Проведена статистическая обработка результатов (табл.1).

Таблица 1

Объект	Cu, мкг		Δ	$S_r \cdot 10^{-2}$	$\Delta \pm \frac{s}{\sqrt{n}}$, мкг
	введено	найдено			

Коньяк K-Gold wines (Степанакерт)	– 10,0	3,056 13,098	10,042	0,256	10,042 ±0,027
Красное сухое вино “Хндогни” Artsakh alco	– 10,0	0,34 10,363	10,023	0,658	10,023±0,069
Красное сухое вино “Хндогни” K-Gold wines	– 10,0	5,17 15,11	9,94	1,25	9,94±0,13

Правильность результатов анализа. Проверка методом добавок

($P=0,95$; $n=6$, $t_{\alpha}= 2,57$)

Разработанный метод отличается чувствительностью и избирательностью в сравнении с фотометрическими методами по определению меди в алкогольных напитках, воспроизводимостью, не требуют предварительного отделения или концентрирования меди от сопутствующих элементов, экспрессностью и доступен для применения в заводских и других химических лабораториях.

Литература

1. Агабальянц Г.Г.. Избранные работы по химии и технологии вина, шампанского и коньяка. М.,// Пищевая промышленность.- 1972.- том, номер.- С. 227.
2. Методы анализа пищевых продуктов.- М.: Наука, 1988.- С.245.
3. Датунашвили Е.Н., Огородник С.Т., Павленко Н.М., Бурьян Н.И.,Тюрина Л.В. Методы теххимического и микробиологического контроля в виноделии. М.,// Пищевая промышленность.- 1980.- том, номер.- С.108.
4. Подчайнова В.Н., Симонова Л.Н.. Аналитическая химия элементов. Медь. М.; Наука, 1990.- С.137.
5. Арстамян Ж. М. и Мангасарян С.Г. . Сравнительная характеристика трифенилметановых красителей как реагентов для экстракционно-абсорбциометрического определения меди// Хим. Ж. Армении.-2008.-Т.61, N1.- С.65.
6. Аналитическая химия – новые методы и возможности.// Сборник тезисов. Съезд аналитиков России.-М.; 2010.- С.112.
7. Атомно-абсорбционное пламенно-фотометрическое определение меди, цинка, кадмия, висмута, сурьмы, свинца, кобальта, никеля, железа и марганца в горных породах, рудах и технологических растворах. /Химико-спектральные методы. Инструкция N 155-ХС /ВИМС/ М., 1978.- С.4.
8. Пупышев А.А. Атомно-абсорбционный спектральный анализ. М.: Техносфера, 2009. – С. 215
9. Арстамян Ж.М. и Мангасарян С.Г. Экстракционно-абсорбциометрическое определение меди бриллиантовым зеленым в природных и сточных водах. // Хим. Ж. Армении.-2007.-Т.60, N3.-С.471.
10. Арстамян Ж.М., Мангасарян С.Г. Экстракционно-абсорбциометрическое определение меди кристаллическим фиолетовым в природных и сточных водах //Хим.ж.Армении, 2006, т.59, N2.- С. 48.

Сведение об авторе:

Сирвард Мангасарян - канд. хим. наук, Арцахский научный центр
E-mail: nona200770@rambler.ru

Статья рекомендована к печати членом редакционной коллегии, д. х.н. А.С.Сагяном.

УДК 547.294.314.07

Биоорганическая химия

АСИММЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ НОВЫХ ЭНАНТИОМЕРНО ОБОГАЩЕННЫХ ПРОИЗВОДНЫХ 2-АМИНОПРОПИОНОВОЙ КИСЛОТЫ

Славик ДАДАЯН, Нарине ГРИГОРЯН, Сирвард МАНГАСАРЯН, Ольга НАСИБЯН

Ключевые слова - Асимметрический синтез, основания Шиффа, хиральный реагент, энантиомер, алкилирование, основной катализ, комплекс аланина, ВЭЖХ анализ, диастереоизомер, оптическое вращение, энантиомерная чистота, ионообменный метод, кристаллизация, небелковые аминокислоты, метод ТСХ:

Բանալի բառեր՝ ասիմետրիկ սինթեզ, Շիֆի հիմք, քիրալային ռեագենտ, էնանտիոմեր, ալկիլում, հիմնային կատալիզ, ալանինի կոմպլեքս, ԲՆՋԽ անալիզ, դիաստերեոիզոմեր, օպտիկական պտույտ, էնանտիոմերային մաքրություն, իոնափոխանակային մեթոդ, վերաբյուրեղացում, ոչ սպիտակուցային ամինաթթուներ, ՆՇՔ մեթոդ:

Key words: Asymmetric synthesis, Schiff's base, chiral reagent, enantiomer, alkylation, base catalysis, alanine complex, HPLC analysis, diastereoisomer, optical rotation, enantiomeric purity, ion-exchange method, crystallization, non-protein amino acid, TLC method:

Ս. Դադայան, Ն. Գրիգորյան, Ս. Մանգասարյան, Օ. Նասիբյան

2-Ամինոպրոպիոնաթթվի էնանտիոմերապես հարուստ նոր ածանցյալների ասիմետրիկ սինթեզ

Ուսումնասիրվել է (S)-2-N-[N'-(2-բրոմբենզիլպրոլիլ)]ամինաբենզոֆենոնի քիրալային օժանդակ ռեագենտի և ալանինի Շիֆի հիմքի հետ Ni^{II} -իոնի առաջացրած հարթ քառակուսային կոմպլեքսի ամինաթթվային մնացորդի C-ալկիլման ասիմետրիկ ռեակցիան 4-ֆտորբենզոյլբրոմմեթանի և 4-նիտրոբենզոյլբրոմմեթանի հետ: Ալկիլման ռեակցիան տարվել է սենյակային ջերմաստիճանում, DMF-ի միջավայրում և թարմ մանրացված, չոր NaOH-ի առկայությամբ:

Արդյունքում, (S)-2-N-[N'-(2-բրոմբենզիլպրոլիլ)]ամինաբենզոֆենոնի քիրալային օժանդակ ռեագենտի և ալանինի Շիֆի հիմքի հետ Ni^{II} -իոնի առաջացրած հարթ քառակուսային Ni^{II} -(S)-2-BrBPBAIa կոմպլեքսի կիրառմամբ մշակվել է (S)-2-ամինո-2-մեթիլ-3-(4-ֆտորբենզոյլ)պրոպիոնաթթվի (ee > 94%, տևողությունը՝ 310 րոպե) և (S)-2-ամինո-2-մեթիլ-3-(4-նիտրոբենզոյլ)պրոպիոնաթթուների (ee > 93%, տևողությունը՝ 330 րոպե) ստացման ասիմետրիկ սինթեզի մեթոդ:

S. Dadayan, N. Grigoryan, S. Mangasaryan, O. Nasibyan

The Asymmetric Synthesis of New Enantiomerically Enriched Derivatives of 2-aminopropionic Acid

The reaction of asymmetric C-alkylation of Ni^{II} -complexes of Schiff's base of alanine with (S)-2-N-[N'-(2-bromobenzylpropyl)]aminobenzophenone by 4-fluorobenzoylbromomethane or 4-nitrobenzoylbromomethane have been investigated. Alkylation was carried out in DMF in the presence of fine-grained NaOH at room temperature in argon atmosphere.

(S)-2-amino-2-methyl-3-(4-fluorobenzoyl)propionic acid was obtained with ee > 94.0% and (S)-2-amino-2-methyl-3-(4-nitrobenzoyl)propionic acid with ee > 93.0%. As a result a method of enantioselective asymmetric synthesis of (S)-2-amino-2-methyl-3-(4-fluorobenzoyl)propionic acid (ee > 94 %, time 310 min) and (S)-2-amino-2-methyl-3-(4-nitrobenzoyl)propionic acid with ee > 93.0%, time 310 min) has been elaborated.

Асимметрическим С-алкилированием Ni^{II} -комплекса основания Шиффа аланина и хирального вспомогательного реагента (S)-2-N-[N'-(2-бромбензилпролил)аминобензофенона 4-фторбензоил- и 4-нитробензоилбромметаном в условиях основного катализа разработан метод асимметрического синтеза новых энантиомерно обогащенных производных α -аминопропионовой кислоты – (S)-2-амино-2-метил-3-(4'-фторбензоил)пропионовой (ee > 94%, τ = 310 мин) и (S)-2-амино-2-метил-3-(4'-нитробензоил)пропионовой кислоты (ee > 93%, τ = 330 мин).

Алкилирование комплекса аланина проводили в среде ДМФА в присутствии свежеизмельченного NaOH в атмосфере аргона при комнатной температуре. В качестве алкилирующего агента использован 4-фторбензоил- или 4-нитробензоилбромметан, синтезированный нами по методике [7].

Библ. ссылок 11.

Известно, что 3-бензоилфенилзамещенные производные пропионовой кислоты в качестве активного агликаона входят в состав обезболивающих препаратов. В частности, широко применяемые

в лечебной практике обезболивающие препараты “Deksalgine” и “Ketonal” содержат (*S*)-2-метил-3-бензоилфенилпропионовую кислоту [1-3].

Известно очень мало работ, посвященных синтезу энантиомерно чистых производных пропионовой или 2-аминопропионовой кислот, содержащих в положении 3 бензоилфенильный или бензоилный заместитель [4].

Недавно нами был осуществлён асимметрический синтез энантиомерно обогащенного ($ee > 93\%$) производного α -аминопропионовой кислоты, содержащего в положении 3 бензоилный заместитель [5]. В настоящей работе сообщается об асимметрическом синтезе двух новых энантиомерно обогащенных ($ee \sim 93-94\%$) производных α -аминопропионовой кислоты, содержащего в положении 3 4-фторбензоилный или 4-нитробензоилный заместитель.

Синтез этих аминокислот подразумевает C-алкилирование Ni^{II} -комплекса основания Шиффа аланина с хиральным вспомогательным реагентом (*S*)-2-BrBPВ, в условиях основного катализа по методике [4,6].

Алкилирование комплекса аланина **1** проводили в среде ДМФА в присутствии свежемельченного NaOH в атмосфере аргона при комнатной температуре. В качестве алкилирующего агента использован 4-фторбензоил- или 4-нитробензоилбромметан, синтезированный нами по методике [7]. Контроль реакций осуществляли методом ТСХ [SiO_2 , $CHCl_3:CH_3COOC_2H_5$ (1:4)] по исчезновению следов исходного комплекса **1** (через 310-330 мин) и установлению термодинамического равновесия между (*S,S*)- и (*S,R*)-диастереомерами продуктов алкилирования **3,4** с подавляющим преимуществом (*S,S*)-диастереомеров. Таким образом нами синтезировано энантиомерно обогащенные производные α -аминопропионовой кислоты (**5-6**), содержащие *p*-фторбензоилный или *p*-нитробензоилный заместители в положении 3 (схема).

Схема.

Основные (*S,S*)-диастереомеры продуктов алкилирования **3-4** были выделены методом препаративной ТСХ [SiO_2 , 20x30 см, $CHCl_3:CH_3COOC_2H_5$ (1:4)] и охарактеризованы физикохимическими методами анализа.

Абсолютная конфигурация α -углеродного атома аминокислотных остатков основных диастереомерных комплекса **3-4** были определена по знаку оптического вращения при длине волны 589 нм, по методикам [8-10]. Положительное значение оптического вращения мажорного диастереоизомерного комплекса **3** и **4** свидетельствует об их (*S,S*)-абсолютной конфигурации. Диастереомерный избыток (*de*) основных фракций продуктов алкилирования были определены

методом ЯМР ^1H по соотношению интегралов дублетных сигналов метиленовых протонов *N*-бензильной группы остатка 2-BrBPB ($\text{de} > 90\%$).

Целевые аминокислоты **5-6** были выделены из диастереомерной смеси продуктов алкилирования **3-4** по стандартной методике [8] и закристаллизованы из смеси $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}/\text{H}_2\text{O}$ (1/1). Структура и абсолютная конфигурация синтезированных аминокислот **5-6** установлены спектральными методами спектрального анализа. Энантиомерная чистота синтезированных (*S*)-2-амино-2-метил-3-(4-фторбензоил)пропионовой (**5**) и (*S*)-2-амино-2-метил-3-(4-нитробензоил)пропионовой (**6**) кислот, по данным хирального ВЭЖХ анализа, превышает соответственно 93% и 94%.

Экспериментальная часть

Спектры ЯМР ^1H регистрировались на приборе «Varian Mercury 300 VX». Оптическое вращение измеряли на поляриметре «Perkin-Elmer 341». В работе использовались аминокислоты и другие реагенты фирмы «Aldrich» и «Реахим». Энантиомерную чистоту аминокислот определяли методом ВЭЖХ анализа с применением хиральной фазы типа Diaspher-110-Chirasil-E-PA 6,0 мкм, 4,0 x 250 мм [11]. Элементный анализ проводили на элементном CNS-O анализаторе «Euro EA3000».

Исходный комплекс $\text{Ni}^{\text{II}}\text{-(S)-2-BrBPB-Ala}$ (**1**) был синтезирован по методике [6].

Общая методика алкилирования комплекса 1. К 13,40г (0.025 моля) комплекса **1** в 18мл ДМФА при комнатной температуре и перемешивании добавляли 1.5 г (0.038 моля) NaOH и 24,4г (0.11 моля) 4-фторбензоилбромметана или 1.5 г (0.038 моля) NaOH и 27,45г (0.11 моля) 4-нитробензоилбромметана. За ходом реакций следили методом ТСХ [SiO_2 , $\text{CHCl}_3:\text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5$ (1:4)] по исчезновению следов исходного комплекса **1** и установлению термодинамического равновесия между диастереоизомерами комплексов **3-4**. После завершения реакции смесь нейтрализовывали AcOH , разбавляли водой (60 мл) и продукт алкилирования **3-4** экстрагировали хлороформом (3x50 мл). Хлороформный экстракт концентрировали под вакуумом. Небольшая часть основных (*S,S*)-диастереомеров комплекса **3-4** были выделены из смеси методом препаративной хроматографии [SiO_2 , 3x30 см, $\text{CHCl}_3:\text{CH}_3\text{COCH}_3$ (3:1)], а их структуры установлены спектральными методами анализа.

$\text{Ni}^{\text{II}}\text{-(S)-2-BrBPB-(S)-2-амино-2-метил-3-(4-фторбензоил)пропионовая кислота (3)}$. Выход 61.0 %; т.пл. 177-179°C. $[\alpha]_{\text{D}}^{20} = +1406.26^\circ$ (с 0.04, MeOH). Найдено, %: C 65.40; H 4.54; N 6.27. $\text{C}_{36}\text{H}_{31}\text{N}_3\text{O}_4\text{FBrNi}$. Вычислено, %: C 64.70; H 4.64; N 6.29. Спектр ЯМР ^1H . (CDCl_3 , δ , м.д., Гц): 0.95 (3H, с, CH_3); 1.97-2.16 (2H, м, $\gamma\text{-H}_a$ и $\delta\text{-H}_a$ Pro), 2.54 (1H, м, $\beta\text{-H}_a$ Pro), 3.04 (1H, дд, $^2J=17.1$, $^3J=6.6$, CH_2CH), 3.11 (1H, м, $\beta\text{-H}_b$ Pro), 3.41 (1H, дд, $^2J=17.1$, $^3J=3.3$, CH_2CH), 3.44 (1H, дд, $^3J=10.6$, $^3J=7.2$, $\alpha\text{-H}$, Pro), 3.62-3.70 (2H, м, $\gamma\text{-H}_b$ и $\delta\text{-H}_b$ Pro), 3.66 (1H, д, $^2J=12.7$, CH_2Ph), 4.34 (1H, дд, $^3J=6.6$, $^3J=3.3$, CHCH_2), 4.44 (1H, д, $^2J=12.7$, CH_2Ph), 6.56-6.65 (2H, м, H-3,4 C_6H_4), 6.85 (1H, ш.д, $J=7.8$, H-2 C_6H_5), 7.13 (1H, ддд, $J_1=8.7$, $J_2=6.4$, $J_3=2.3$, H-5 C_6H_4), 7.19-7.25 (1H, м, Ar), 7.30-7.45 (5H, м, Ar), 7.50-7.60 (2H, м, Ar), 7.76-7.81 (2H, м, Ar), 8.05-8.10 (2H, м, Ar), 8.23 (1H, ш.д., $J=8.7$, H-6 C_6H_4).

$\text{Ni}^{\text{II}}\text{-(S)-2-BrBPB-(S)-2-амино-2-метил-3-(4-нитробензоил)пропионовая кислота (4)}$. Выход 56.0 %; т.пл. 184-186°C. $[\alpha]_{\text{D}}^{20} = +1134.11^\circ$ (с 0.05, MeOH). Найдено, %: C 62.33; H 4.32; N 8.21. $\text{C}_{35}\text{H}_{28}\text{N}_4\text{O}_6\text{BrNi}$. Вычислено, %: C 62.16; H 4.46; N 8.10. Спектр ЯМР ^1H . (CDCl_3 , δ , м.д., Гц): 0.98 (3H, с., CH_3); 2.03-2.18 (2H, м, $\gamma\text{-H}_a$ и $\delta\text{-H}_a$ Pro), 2.56 (1H, м, $\beta\text{-H}_a$ Pro), 3.07 (1H, дд, $^2J=17.1$, $^3J=6.6$, CH_2CH), 3.11 (1H, м, $\beta\text{-H}_b$ Pro), 3.44 (1H, дд, $^2J=17.0$, $^3J=3.4$, CH_2CH), 3.47 (1H, дд, $^3J=10.6$, $^3J=7.2$, $\alpha\text{-H}$, Pro), 3.63-3.71 (2H, м, $\gamma\text{-H}_b$ и $\delta\text{-H}_b$ Pro), 3.66 (1H, д, $^2J=12.7$, CH_2Ph), 4.35 (1H, дд, $^3J=6.6$, $^3J=3.3$, CHCH_2), 4.46 (1H, д, $^2J=12.7$, CH_2Ph), 6.62-6.69 (2H, м, H-3,4 C_6H_4), 6.88 (1H, ш.д, $J=7.8$, H-2 C_6H_5), 7.15 (1H, ддд, $J_1=8.7$, $J_2=6.4$, $J_3=2.3$, H-5 C_6H_4), 7.21-7.26 (1H, м, Ar), 7.33-7.48 (5H, м, Ar), 7.55-7.69 (2H, м, Ar), 7.79-7.84 (2H, м, Ar), 8.08-8.13 (2H, м, Ar), 8.27 (1H, ш.д., $J=8.7$, H-6 C_6H_4).

Разложение комплексов и выделение целевых аминокислоты 5-6. Разложение диастереомерной смеси комплекса **3-4** и выделение целевых ((*S*)-2-амино-2-метил-3-(4-фторбензоил)пропионовой (**5**) и (*S*)-2-амино-2-метил-3-(4-нитробензоил)пропионовой (**6**) кислот

проводили по стандартным методикам [8,9]. Энантиомерная чистота выделенных аминокислоты 5 и 6, по данным хирального ВЭЖХ анализа, превышает 93%.

(S)-2-амино-2-метил-3-(4-фторбензоил)пропионовая кислота (5). Выход 66.4 % (2.69г, 0.01 моля). т.пл. 227-229 °С. $[\alpha]_D^{20} = -3.88^\circ$ (с 0.15, 6N HCl). Найдено, %: С 58.80; Н 5.23; N 6.28. $C_{11}H_{12}NO_3F$. Вычислено, %: С 58.67; Н 5.33; N 6.22. Спектр ЯМР 1H (DMSO/ CCl_4 , δ , м.д. (τ)): 2.92 (1H, д, $^2J = 7.0$, $\underline{CH_2CH}$); 3.17 (1H, д.д., $^2J = 12.4$, $^2J = 7.0$, $\underline{CH_2CH}$); 4.05 (1H, д.д., $^3J = 8.1$, $^3J = 4.6$, CH); 7.32 (2H, м., Ar); 8.15 (2H, м, Ar).

(S)-2-амино-2-метил-3-(4-нитробензоил)пропионовая кислота (6). Выход 62.1 % (2.69г, 0.01 моля). т.пл. 241-243 °С. $[\alpha]_D^{20} = -6.02^\circ$ (с 0.35, 6N HCl). Найдено, %: С 52.51; Н 4.65; N 11.2. $C_{11}H_{12}N_2O_5$. Вычислено, %: С 52.38; Н 4.76; N 11.11. Спектр ЯМР 1H (DMSO/ CCl_4 , δ , м.д. (τ)): 2.94 (1H, д, $^2J = 7.0$, $\underline{CH_2CH}$); 3.21 (1H, д.д., $^2J = 12.3$, $^2J = 7.1$, $\underline{CH_2CH}$); 4.08 (1H, д.д., $^3J = 8.0$, $^3J = 4.5$, CH); 7.35 (2H, м., Ar); 8.23 (2H, м, Ar).

Работа выполнена в рамках финансирования темы.

Сведение об авторах:

Славик Дадаян - Научно-производственный центр "Армбиотехнология" НАН Республики Армения
E-mail: slavik_dadayan@yahoo.com

Нарине Григорян*, Сирвард Мангасарян, Ольга Насибян - Арцахский научный центр
E-mail: * nara-grig@mail.ru

Статья рекомендована к печати членом редакционной коллегии, д. х.н. А.С.Сагяном.

ՀՏԴ 991.3(07)

Հասարակական աշխարհագրություն

ՄԱՐԴԱԾԻՆ ՌԻՍԿԵՐԻ ԱՌԱՋԱՅՄԱՆ ՆԱԽԱԴՐԱԼՆԵՐԸ ԵՎ ԲՆՈՒՅԹԸ ԼՂՀ-ՈՒՄ Անահիտ ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

Բանալի բառեր՝ Գեոհամակարգ, մարդածին, ագրոծին, տեխնածին, բնածին, բնատեխնածին, էրոզիա, միկրոսեյսմիկ, լանդշաֆտ, ռելիեֆ:

Ключевые слова - Геосистема, антропогенный, агрогенный, техногенный, естественный, эрозия, естественно-техногенный, микросейсмический, ландшафт, рельеф.

Keywords: Geosystem, anthropogenous, agrogene, technogenic, natural, erosion, natural technogenic, microseismic, landscape, relieve.

А. Григорян

Предпосылки антропогенных рисков в НКР и их сущность

В статье представлены предпосылки антропогенных рисков в НКР, выделены агрогенные и техногенные риски, изучены их вредоносные свойства. Выявлены ожидаемые факторы естественных и биогенных рисков, их изменчивая сущность, различены формы их отрицательного выражения. Антропогенные риски разделены на две группы – постоянные и временные. После освобождения Арцаха, особенно развились временные риски, связанные со строительными работами. Сохранение экологического баланса геосистемы имеет решающее значение для нашей республики.

A. Grigoryan

The Prerequisites of Anthropogenous Risks of the NKR and Their Essence

The article presents the prerequisites of anthropogenous risks in the NKR, agrogene and technological risks are allocated, their harmful properties are studied. Expected factors of natural and biogenous risks, their changeable essence are revealed, forms of their negative manifestation are distinguished. The anthropogenous risks fall into two groups – constant and temporary. After the liberation of Artsakh, temporary risks, connected with construction work, especially developed. Preservation of ecological balance of the geosystem is crucial for our republic.

Հոդվածում ներկայացված են ԼՂՀ մարդածին ռիսկերի նախադրյալները, առանձնացված են ագրոծին և տեխնածին ռիսկերը, վերլուծված է նրանց աղետաբեր բնույթը: Բացահայտված են սպասվող բնածին և կենսածին ռիսկերի գործոնները, դրանց փոփոխությունները, բնույթը, տարբերակված դրանց բացասական արտահայտությունների ձևերը: Մարդածին ռիսկերը բացասական ազդեցության ուղղությունները դասակարգված են ըստ հանրապետության գոտիականության: Նրանք ստորակարգված են երկու խմբի մեջ՝ մշտական և ժամանակավոր: Արցախն ազատագրելուց հետո մեծ թափ են ստացել, մասնավորապես ժամանակավոր ռիսկերը՝ կապված շինարարական աշխատանքների հետ: Մեր հանրապետության համար վճռական նշանակություն ունի գեոհամակարգերի էկոլոգիական հավասարակշռության պահպանությունը:

ԴՂՀ-ն՝ պատմական Հայաստանի տասներորդ նահանգը, ինչպես ցույց են տալիս հետազոտությունները, հանդիսացել է մարդկության առաջացման օջախներից մեկը, ժամանակաշրջանը համապատասխանում է պալեոլիթին, այստեղ մարդ սկսել է զբաղվել տնտեսական գործունեությամբ: [6] Նյութական մշակույթի հնագույն մնացորդները, պատմական տեղեկություններն ու մարդածին հուշարձանները վկայում են այն մասին, որ մարդն այստեղ բավականին ակտիվ ազդել է բնական միջավայրի փոփոխությունների ընթացքի վրա: Այստեղ կառուցվել են ոռոգման համակարգեր, զարգացել է երկրագործությունը և անասնապահությունը, որոնք բնատարածքի փոփոխության վրա ազդող ազդեցություններ են: Հետագայում կառուցվել են քաղաքներ, ճանապարհներ, ամրություններ, արդյունաբերական օբյեկտներ, որոնք գեոհամակարգերի փոփոխության տեխնածին գործոններ են: Այս գործոններն ազդել են տարածաշրջանի ռելիեֆի սկզբնական ձևերի զարգացման վրա: Փոփոխվել են շրջակա միջավայրի մնացած բաղադրամասերը, ջրային պայմանները, բուսածածկույթը, հողերը, ստեղծվել են սոցիալ-տնտեսական բազմաթիվ համակարգեր՝ իրենց ենթահամակարգերով: Այստեղ աստիճանաբար ձևավորվում են ժամանակակից բնատեխնածին գեոհամակարգերը:

ԼՂՀ գեոհամակարգերի ձևավորման վրա վիթխարի բացասական ազդեցություն ունեցավ նաև անցյալի թուրք-սելջուկների քոչվոր ցեղերի հարձակումները, սակայն ավելի խոշոր հարված էր նրա՝ Ադրբեջանի կազմում 70 տարի գտնվելը: Ադրբեջանը գաղութային քաղաքականություն էր վարում ԼՂՀ-ի տարածքում: Օրինակ՝ պայթեցման եղանակով շահագործում էր մարմարի և գրանիտի հանքավայրերը՝ ոչնչացնելով ներքնաշերտերը: Անխնա հատումներ էր կազմակերպում արդյունաբերական նշանակություն ունեցող հսկա անտառային զանգվածներում: Նման իրավիճակում ակտիվանում էին ոչ միայն բնական, այլ նաև մարդածին բազմաթիվ պրոցեսներ և երևույթներ, որոնք խախտում էին բնատեխնածին գեոհամակարգերի զարգացումը: Վերջին ժամանակաշրջանում իրենց զգալ են տվել արտադրողական ուժերի զարգացումը և բնակչության արագ աճը: Այս տեսակետից լեռնային գեոհամակարգերում մարդ-բնություն, հասարակություն-բնություն փոխհարաբերությունները նոր դրսևորումներ են ստանում, հանրապետության լեռնային գեոհամակարգերը բարդանում են նաև սոցիալ-տնտեսական որոշ համակարգերով՝ իրենց բազմաթիվ առանձնահատկություններով, չլուսաբանված հիմնախնդիրներով: Դրանք պայմանավորված են մի կողմից ռելիեֆով և ռելիեֆաստեղծ բնածին գործոններով, մյուս կողմից՝ մարդածին բացասական պրոցեսներով, որոնք իրենց հերթին կապված են ներհամակարգային, տնտեսական, մշակութային, պատմական և մի քանի այլ բնագավառների զարգացման ու փոփոխությունների հետ:

Բնական ռեսուրսների օգտագործումը մարդու կողմից անհետևանք չի մնում: Այժմ ԼՂՀ-ում, մանավանդ լեռնահանքային արդյունաբերության զարգացումն ազդում է լեռնային գեոհամակարգերի բնականոն զարգացման վրա:

Լեռնածին սպասվող ռիսկեր ստեղծող գործոնները, ի տարբերություն բնական գործոնի, ի հայտ են գալիս ավելի հստակ, առանձնակի տեղայնացումներով: Հաշվի առնելով դրանց կողմից փոփոխությունների բնույթը, ներքին առանձնահատկությունները՝ դրանք ԼՂՀ-ում կարելի է խմբավորել հետևյալ հիմնական տիպերում.

1. Երկրագործության և անասնապահության զարգացումը՝ որպես ռելիեֆաստեղծ գործոն:
2. Հողաբերելավման և հողօգտագործման առանձնահատկություններ:
3. Շինարարական և լեռնահանքային արդյունաբերության հետ կապված փոփոխություններ: [3]

Այդ գործոնները կամ արագացնում են արտածին պրոցեսների ընթացքը կամ դանդաղեցնում:

Հանրապետության առանձին տարածքների վրա մարդածին բացասական ազդեցությունն արտահայտվում է հետևյալ հիմնական ուղղություններով.

1. Դաշտային, նախալեռնային, միջին լեռնային գոտիներում խոնավության պայմանների ջրային ռեժիմի փոփոխությամբ:

2. Շինարարական աշխատանքների հետ կապված ծանրահակ բնական հավասարակշռության արհեստական խախտումով:

3. Կառուցապատված տարածքների միկրոսեյսմիկ պայմանների փոփոխություններով, որոնք պայմանավորված են այդ տարածքների վրա արտադրական օբյեկտների ինչպես կառուցողական աշխատանքների, այնպես էլ դրանց հետագա շահագործման հետ:

Վերոհիշյալ երեք խմբերը կապված են մարդածին երկու խումբ գործոնների հետ.

1. Ագրոծին՝ կապված տարածքների գյուղատնտեսական յուրացման հետ:
2. Տեխնածին՝ կապված մարդու տեխնիկական և շինարարական գործունեության հետ:

Երկու դեպքերում էլ մարդու գործունեության միջավայրը տարածքն է՝ ֆիզիկաաշխարհագրական պայմաններով և մակերևութի ժամանակակից կառուցվածքով: Տարբեր գեոհամակարգերում դրանց ազդեցությունը նույնը չի, այսինքն՝ նրանք նույն բարձրություններում չեն և ունեն տարբեր կլիմայական պայմաններ: Ակնհայտ են լեռնային տարածքների տնտեսական յուրացումից առաջ և հետո սպասվող ռիսկի բնույթը, տարածական աշխարհագրական նախադրյալները, դրանց ձևերի, հզորությունների զարգացման միտումների գնահատումն ու կանխատեսումը:

Մարդածին ռիսկերը լեռնային բնատեխնածին գեոհամակարգերում արտահայտվում են տարբեր բնույթով, տևողությամբ՝ հանգեցնելով տարածաշրջանի առանձին մասերի քանակական և որա-

կական փոփոխությունների, խթանելով գեոհամակարգի էկոլոգիական լարվածությունը: Լեռնային գեոհամակարգերում մշակովի հողատարածքների ռոտումը, արոտային անասնապահությունը նպաստում են հողի էրոզիային: Հողերի էրոզիայի զարգացմանն ու ակտիվացմանը նպաստում է նաև անասունների արածեցման ոչ ճիշտ կազմակերպումը: ԼՂՀ արոտավայրերի ընդհանուր մակերեսը կազմում է 70.5 հազ. հեկտար: [9]

Հանրապետության տարածքի մի մասն անտառապատ լինելու շնորհիվ որպես արոտավայր չի օգտագործվում, մնացած մասն օգտագործվում է որպես ամառային և ձմեռային արոտավայրեր: Ընդ որում՝ անտառապատ է Մարտակերտի շրջանի 54 %-ը, Ասկերանի շրջանի 24 %-ը, Հադրութի շրջանի 14 %-ը: Իսկ արածեցում կատարվում է իռացիոնալ, տարերային կերպով, հիմնականում հաշվի է առնվում արոտավայրերի կլիմայական պայմանները, պետք է հաշվի առնվի բույսերի վեգետացիոն պրոցեսների փոփոխությունն ըստ բարձրության և ըստ ֆենոֆազաների: Արդյունքում չի ապահովվում այդ բույսերի բնական աճը և վերականգնումը: Նվազում է արոտների արդյունավետությունը, որը պատճառ է դառնում մակերևույթի վազման և մակերևույթային էրոզիայի: Հաշվարկները ցույց են տալիս, որ հանրապետությունում մեկ ոչխարին հասնում է 1.6 հա արոտավայր:

ԼՂՀ ագրոծին ռիսկերի բնութագրման համար անհրաժեշտ է նաև նկատի ունենալ բնակչության խտությունը: Այս առումով ավելի խիտ են բնակեցված Մարտունու (23.0 մարդ/կմ²), Մարտակերտի (19.5 մարդ/կմ²), Ասկերանի (17.0 մարդ/կմ²), Հադրութի (11.8 մարդ/կմ²) շրջանները: [1] ԼՂՀ ագրոծին ռիսկերի նախադրյալների հետազոտությունը կարելի է իրականացնել հետևյալ կերպ.

1. Անալիտիկ քարտեզագրմամբ:

2. Համապատասխան հանդակների վրա ագրոռիսկերի բնույթի բացահայտմամբ:

Հետազոտության ընթացքում ուսումնասիրվել են հետևյալ բնագավառները՝ խաղողի տնկարկները, խոտհարքները, արոտավայրերը, անտառները, թփուտները, կառուցապատված ու անօգտագործելի տարածքները: Այնուհետև հետազոտվել են գյուղատնտեսական գործունեության հետևանքով առաջացող ագրոծին բացասական պրոցեսներ և երևույթներ՝ որպես համապատասխան ռիսկերի նախադրյալներ: Այստեղ առանձնացվել են.

1. Ինտենսիվ իրիզացիոն էրոզիա թույլ թեքություն ունեցող տարածքների ռոտման հետևանքով:

2. Ինտենսիվ էրոզիա միջին թեքության լանջերի վրա արհեստական տնկարկների մշակման և ռոտման նպատակով:

3. Էրոզիա միջին և թույլ թեքության վարելահողերի սիստեմատիկ և չկարգավորված ռոտման հետևանքով:

4. Էրոզիա արոտավայրերի վրա անասունների տեղաշարժերի և չկարգավորված արածեցման պատճառով:

5. Տարածքներ, որտեղ չեն զգացվում մարդածին գործոնների ազդեցությունները դրանց ժամանակակից զարգացման վրա: [7]

ԼՂՀ-ի տնտեսության համար վճռական դեր խաղացող արտադրական կարողությունների ընդլայնման, բնակչության աճի հետևանքով ստեղծվել են մի շարք ինժեներատեխնիկական կառույցներ: Այսպիսով՝ հանրապետությունում գնալով մեծանում է նաև մարդու տեխնիկական ազդեցությունը բնական միջավայրի բաղադրամասերի, հատկապես ռելիեֆի, մթնոլորտի, ջրային օբյեկտների լանդշաֆտների վրա: Մասնավորապես ԼՂՀ Մարտակերտի շրջանում հանքաարդյունաբերության զարգացման հետևանքով այդ գործոնը ավելի ակնհայտ է, փոխվել են նաև ռելիեֆի միկրոձևերը, գրունտները, այստեղ ընթացող բնական մի շարք պրոցեսների բնականոն ընթացքն ու հավասարակշռությունը: Հանրապետության հանքավայրերի բաց շահագործումը ակնհայտ է դարձնում գեոհամակարգի միկրոսեյսմիկ լարվածությունը, առաջացնում է բացասական այնպիսի պրոցեսներ ու երևույթներ, ինչպիսիք են տարբեր չափերի խառնակները, սողանքները, փլվածքները, ճահճացումը, սուֆոզիան և բազում այլ բացասական երևույթներ: Այս տեսակետից ակնհայտ են Հադրութի գրանիտի, Հարավի մարմարի և հանրապետության կրաքարի հանքավայրերը:

Տեխնածին գործոնների մասնակցությունը բնական միջավայրի բնականոն զարգացման ընթացքին խիստ տարբերվում է բնական գործոնների ունեցած ազդեցություններից: Տարբեր են ժամանակի և տարածության մեջ դրանց բացասական արտահայտությունների ձևերը, չափման միավորները, հետևաբար՝ դրանց կողմից հարուցվող ռիսկերի «վարքը» և կանխատեսման հնարավորությունները:

Ի տարբերություն ագրոծին ռիսկերի՝ տեխնոծին ռիսկերը ավելի արագ են հարմարվում տարածքի տեղական կառուցվածքին ու դրանց առանձնահատկություններին: Նրանք կարելի է խմբավորել հետևյալ հիմնական ուղղությունների մեջ.

1. Լանջերի հավասարակշռության խախտման,
2. Միկրոսելյամիկ լարվածության ավելացման,
3. Էկոլոգիական հավասարակշռության խախտման:

Այս կարգի ռիսկերը կարող են կրել ինչպես մշտական, այնպես էլ ժամանակավոր բնույթ: Իսկ ազդեցության բնույթը կախված է տվյալ տարածքի օգտագործման նպատակից և տևողությունից, այսինքն՝ թե՛ քանի տարվա համար է նախատեսված տվյալ հանքավայրը: Օրինակ՝ Դրմբոնի բազմամետաղների հանքավայրը արդեն սպառման եզրին է և նախատեսվում է շահագործման հանձնել այլ հանքավայրեր, արդեն շահագործվում է Ծաղկաշենի հանքավայրը:

Այսպիսով՝ ժամանակավոր մարդածին ռիսկերը Արցախում մեծ թափ են ստացել վերջին երկու տասնամյակում՝ լեռնաշխարհը ազատագրելուց հետո: Դրանք հիմնականում կապված են շինարարական աշխատանքների հետ, մասնավորապես լանջերի վրա: Իսկ մշտականները կապված են այդ շինարարական օբյեկտների շահագործման հետ, ինչպես, օրինակ՝ հաղորդակցության միջոցների, ջրանցքների ու ջրամբարների, արտադրական ձեռնարկությունների և այլ աշխատանքների հետ: Քիչ չեն նաև ռիսկերը լեռնային գեոհամակարգերի էկոլոգիական և բնապահպանական հավասարակշռության պահպանման և դրանց փոփոխությունների գնահատման համար:

Գրականություն

1. Լեռնային Ղարաբաղի Հանրապետության ատլաս, Երևան, 2009:
2. ԼՂՀ վիճակագրական տարեգիրք 2000-2005թթ., Ստեփանակերտ, 2006:
3. ԼՂՀ սոցիալ-տնտեսական վիճակը 2000-2006 թթ., Վիճակագրական տեղեկագիր, Ստեփանակերտ, 2006:
4. ԼՂՀ գյուղատնտեսության վիճակագրական ժողովածու, 2012-2013թթ., Ստեփանակերտ, 2012:
5. ԼՂՀ վարչական քարտեզ, Երևան, 2005:
6. Մակար Բարխուդարյան, Արցախ, Բազու, 1895:
7. Մանասյան Մաքսիմ, Հասարակական-աշխարհագրական հետազոտությունների մեթոդները, Ուսումնական ձեռնարկ, Երևան-2008:
8. 1997թ. սոցիալ-տնտեսական զարգացման ծրագիր:
9. Սերգեյ Մելքոնյան, Հայաստանի Հանրապետության և Լեռնային Ղարաբաղի հանրապետության տնտեսական և սոցիալական աշխարհագրություն, Երևան 2007:

Տեղեկություններ հեղինակի մասին

Անահիտ Գրիգորյան – աշխ.գիտ.թեկ., դոցենտ, ԱրՊՀ աշխ. ամբիոնի վարիչ

E-mail: grigorjan.anahit@mail.ru

Հոդվածը տպագրության է ներառվում խմբագրական կոլեկիայի անդամ, ա.գ.դ. Ա.Ռ.Ավագյանը

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Գեորգի Սահակյան

Մի քանի ոչ օսցիլյացվող սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների համասեռ համակարգերի դասերի մասին3

Ռոբերտ Մուսայելյան

Ասիմպտոտական կոորդինատներով մետրիկաների դիտարկումը E^3 -ում11

Վոլոդյա Մանասյան

Վիետի հակադարձ թեորեմի կիրառմամբ մի քանի խնդիրների լուծման ոչ ստանդարտ մեթոդը16

Գեորգի Սահակյան

Դիֆերենցիալ հավասարումների գծային համասեռ համակարգի լուծումների կոմպոնենտների արտադրյալի մի գնահատականի մասին22

Արտավազդ Օհանյան

Ազատ ինտերպոլիացիայի խնդիրը կշռային տարածություններում27

Վիտալի Սաֆարյան, Վոլոդյա Մանասյան

Պարկ-Գորնի ձևափոխությունը որպես Լյապունովի թեորեմի հետևանք34

Վազգեն Առստամյան

Հեռահաղորդակցման կենտրոնների օպտիմալ տեղադրման խնդիրը40

Ռազմելա Ավետիսյան

Ժամանակակից տեղեկատվական և հաղորդակցական տեխնոլոգիաները կրթական համակարգում46

Անուշ Հարությունյան

Կառուցվածքային թիվը որպես գրաֆի հանրահաշվական մոդել51

Վանիկ Աթոյան

Հեղուկի վիճակի փորձարարական հավասարումը իզոթերմ պրոցեսի դեպքում58

Մելս Մինասյան, Աննա Մինասյան, Արտակ Մկրտչյան

Պարբերական տատանումների գոյության պայմանները ունակային կապով էլեկտրամեխանիկական համակարգում64

Գարեն Արամյան

Ջերմաշարժիչների աշխատանքի ֆիզիկական սկզբունքները և նրանց ՕԳԳ-ն70

Կամո Մովսիսյան

Էներգետիկ փոփոխությունը ճկուն շղթաներով պոլիմերներում իզոթերմ բյուրեղացման դեպքում76

Աշոտ Խաչատրյան, Հասմիկ Ազատխանյան, Ալբերտ Ալեքսանյան

Պատահական ուժի ազդեցության ուսումնասիրությունը դինամիկական համակարգերի վրա թեման բուհական ֆիզիկայի դասընթացներում82

Արմեն Ալեքսանյան

Ճառագայթման ոչ գծային կլանումը քվանտային կետերի մակարդակներից քվանտային փոսի վիճակները85

Ռուդոլֆ Իսրայելյան, Պավել Օլենիկ

Լեռնային պայմաններում շինարարական արտադրության կազմակերպման ինտենսիվ ստրատեգիան89

Ռուդոլֆ Իսրայելյան, Արմեն Իսրայելյան

Լեռնային պայմաններում շինարարության նրկարատկության շեղումների մոդելավորումը93

Արմինյա Հակոբյան

Ստեփանակերտի կանաչապատման արդի վիճակը99

Մայա Ծատրյան

Լեռնային Ղարաբաղի հանրապետության ֆլորայի շուշանազգիների ընտանիքի տեսակային
կազմի տարածվածությունը107

Արթուր Պողոսյան

Արցախահայության ծագումնաբանական հարցերի արդի վիճակը111

Ասնէդա Գրիգորյան

Մարդու խառը թքի կենսաքիմիական փոփոխությունները՝ կախված բերանային խոռոչի
հիգիենիկ վիճակից120

Մ. Դադայան, Ն. Գրիգորյան, Ս. Մանգասարյան, Օ. Նասիբյան

2-Ամինոպրոպիոնաթթվի էնանտիոմերապես հարուստ նոր ածանցյալների ասիմետրիկ սինթեզ132

Անահիտ Գրիգորյան

Մարդածին ռիսկերի առաջացման նախադրյալները և բնույթը ԼՂՀ-ում136

СОДЕРЖАНИЕ

Г. Саакян

О некоторых классах неосциллирующих однородных систем обыкновенных дифференциальных уравнений3

Р. МусаелянРассмотрение метрик в E^3 с асимптотическими координатами11**В. Манасян**

Нестандартный метод решения нескольких задач с применением обратной теоремы Виета16

Г. Саакян

Об одной оценке произведения компонент решений линейной однородной системы дифференциальных уравнений22

А. Оганян

Задача свободной интерполяции в весовых пространствах27

В. Сафарян, В. Манасян

Преобразование Парка-Горева как следствие теоремы Ляпунова34

В. Арустамян

Задача оптимального размещения центров телекоммуникаций40

Р. Аветисян

Современные информационные и телекоммуникационные технологии в системе образования46

А. Арутюнян

Структурные числа как алгебраическая модель графа51

В. Атоян

Эмпирическое уравнение состояния жидкости при изотермическом процессе58

М. Минасян, А. Минасян, А. Мкртчян

Условия существования периодических колебаний в электромеханической системе с емкостной связью64

К. Арамян

Физические принципы работы тепловых двигателей и их КПД70

К. Мовсисян

Изменение энтропии в гибкоцепных полимерах при изотермической кристаллизации76

А. Хачатрян, А. Азатханян, Ал. Алексанян

Изучение темы “Влияние случайной силы на динамические системы” в вузовских курсах физики82

А. Алексанян

Нелинейное поглощение излучения с уровней в квантовых точках в состоянии квантовой ямы85

Р. Израелян, П. Олейник

Стратегия интенсивной организации строительного производства в горных условиях89

Р. Израелян, А. Израелян

Моделирование отклонений продолжительности строительства в горных условиях93

А. Акопян

Современное состояние озеленения Степанакерта99

М. Цатурян

Распространение разновидностей семейства лилейных флоры Нагорно-Карабахской Республики107

А. Погосян

Современное состояние вопросов происхождения армян Арцаха.....111

А. Григорян

Изучение изменения биохимических показателей смешанной слюны в зависимости от гигиенического индекса ротовой жидкости120

С. Мангасарян

Экстракционно-абсорбциометрическое определение меди бриллиантовым зеленым в вине и коньяке127

Славик Дадаян, Нарине Григорян, Сирвард Мангасарян, Ольга Насибян

Асимметрический синтез новых энантиомерно обогащенных производных 2-амнопропионовой кислоты132

А. Григорян

Предпосылки антропогенных рисков в НКР и их сущность136

CONTENTS

G.Sahakyan	
About Some Classes of Non-oscillation Homogeneous System of Ordinary Differential Equations	3
R. Musaelyan	
Observation of Matrices in E^3 with Asymptotic Coordinates.....	11
V. Manasyan	
Non-standard Method for Solving Some Problems Adopting Viet's Inverse Theorem.....	16
G.Sahakyan	
About One Assessment for the Product of Components of Solutions of the Linear Homogenous System of Differential Equations.....	22
A.Ohanyan	
The Problem of Free Interpolation in Weighted Spaces.....	27
V. Safaryan, V. Manasyan	
Park-Gorev's Transformation as a Consequence of Lyapunov's Theorem	34
V. Arustamyan	
The Problem of Optimal Location of Telecommunication Centres	40
R. Avetisyan	
Modern Informational and Telecommunication Technologies in Educational System.....	46
A. Harutyunyan	
Structural Number as Algebraic Graph Model.....	51
V. Atoyan	
Empirical Equation of State of the Fluid in an Isothermal Process	58
M.Minasyan, A.Minasyan, A. Mkrtchyan	
Conditions for the Existence of Periodic Oscillations in the Electromechanical System with Capacitive Coupling.....	64
K. Aramyan	
Physical Principles of Heat Engines and Their Coefficient of Efficiency	70
K. Movsisyan	
The Change of Entropy in the Polymers with Flexible Chains in Case of Isothermic Crystallization.....	76
A. Khachatryan, H. Azatkhanyan, Al. Alexsanyan	
The Study of the Theme "Impact of an Accidental Force on a Dynamic System" in University Courses of Physics.....	82
A. Alexanyan	
Nonlinear Absorption of Radiation from the Levels in Quantum Dots to the States of the Quantum Well	85
R. Israelyan, P.Oleynik	
Strategy of Intensive Organization of Building Production in Mountain Conditions	89
R. Israelyan, A. Israelyan	
Modulating the Declination of the Period of Constructions in Mountain Conditions.....	93
A. Hakobyan	
The Current State of Landscaping Stepanakert.....	99
M. Tsatryan	
Spreading of the Species of the Liliaceae Family of the Flora of the Nagorno-Karabakh Republic	107
A. Pogosyan	
The Current Views of the Issues of the Origin of Artsakh Armenians	111

A. Grigoryan

Study of Changes in Biochemical Parameters of Mixed Saliva Depending on the Hygiene Index of Oral Fluid120

S. Mangasaryan

Extraction-absorptiometric Determination of Copper by Brilliant Green in Wine and Gognac127

S. Dadayan, N. Grigoryan, S. Mangasaryan, O. Nasibyan

The Asymmetric Synthesis of New Enantiomerically Enriched Derivatives of 2-aminopropionic Acid132

A. Grigoryan

The Prerequisites of Anthropogenous Risks of the NKR and Their Essence136

Արցախի պետական համալսարանի

УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

Арцахского государственного университета

Artsakh State University's

PROCEEDINGS

???? TOM VOLUME
1/2014

Հանձնված է տպագրության՝ 27. 09. 2014թ.:

Ստորագրված է տպագրության՝ 07. 10. 2014թ.:

Ծավալը 18.25 տպ. մամուլ: Տպաքանակ 100:

Հիմնադիր՝ Արցախի պետական համալսարան, Ստեփանակերտ, Մ. Գոշի փ. 5
հեռ. (0749) 4-04-91, ֆաքս (0479) 7-12-14

E-mail: rector@asu.am

ԱրՊՀ հրատարակչություն, e-mail printery.asu@mail.ru,

կայք: www.asu.am – Գիտական Հրապարակումներ – Գիտական տեղեկագիր

Основатель – Арцахский государственный университет г.Степанакерт, ул. Мхитара Гоша 5, тел. (0749) 4-04-91,
факс (0479) 7-12-14

Издательство АрГУ, e-mail printery.asu@mail.ru,

сайт: www.asu.am – Научные публикации – Ученые записки.

Founder - Artsakh State University, 5 Mkhitar Gosh st., Stepanakert

Tel.: (0749) 4-04-91, Fax: (0479) 7-12-14

ASU Publishing house, e-mail printery.asu@mail.ru,

website: www.asu.am – Scientific publications – Proceedings.

Ստեփանակերտ

Степанакерт 2014 Stepanakert